



**UNIVERSITÀ
DI SIENA
1240**

Oggetto: n. 1 Borsa di ricerca

1. **Titolo della ricerca:** Metodi numerici per la modellazione efficiente dei problemi differenziali derivanti da processi fisiologici

2. **Obiettivo del progetto della ricerca:**

Molti tra i più importanti modelli differenziali utili a descrivere processi evolutivi nella biologia e nella medicina, quali l'equazione delle onde e del calore, possono essere simulati in modo efficiente mediante metodi degli elementi di contorno (BEM). Tali metodi sono studiati sin dalla metà degli anni '80 per la soluzione numerica di problemi ai valori al contorno che possono essere riformulati come un sistema di equazioni integrali definite solo sul bordo del dominio. Questi metodi presentano tre principali vantaggi: gestione semplice e diretta di problemi esterni, riduzione dimensionale del dominio computazionale e possibilità di utilizzo diretto di domini in forma B-Rep (boundary representation).

Parallelamente, il nuovo approccio dell'analisi isogeometrica (Isogeometric Analysis, IgA) stabilisce una stretta relazione tra la geometria del dominio del problema e la rappresentazione approssimata della soluzione, fornendo sorprendenti vantaggi computazionali. Nel contesto IgA è stata studiata una nuova formulazione dei BEM, in cui gli spazi di discretizzazione sono spazi spline rappresentati in forma B-spline. Al fine di sfruttare appieno i vantaggi offerti dalle B-spline rispetto alle tradizionali basi lagrangiane, è necessario curare ogni aspetto del metodo numerico **IgA-BEM** affinché abbia complessivamente ordine di convergenza elevato. Due aspetti critici in tal senso sono lo sviluppo di nuove formule di quadratura da utilizzare nella fase di assemblaggio del metodo e di nuovi approcci alla discretizzazione temporale del problema.

Inoltre, l'utilizzo di tecniche di Machine Learning all'interno di formulazioni BEM ha recentemente suscitato interesse. Le sinergie più promettenti tra BEM e apprendimento automatico (in particolare, reti neurali) riguardano la scelta dei punti di quadratura e di altri parametri che influenzano drasticamente l'efficienza di metodi IgA-BEM. In particolare, risulta di elevato interesse applicativo l'abbattimento della complessità in spazio e tempo delle fasi di assemblaggio e algebra lineare. Altre sinergie possibili, più ambiziose ma con un elevato potenziale di innovazione, riguardano l'uso di reti neurali per surrogate modeling in ambito IgA-BEM, l'inclusione di equazioni integrali nella loss function per l'addestramento di reti neurali physics-informed (PINN), e infine l'accoppiamento PINN-IgA-BEM per la gestione efficiente di termini di volume in 3D nel caso di problemi non omogenei o non lineari.

La parte del progetto legata a reti neurali verrà sviluppata mediante **Kolmogorov-Arnold Networks (KAN)** basate su spline al posto delle reti tradizionali basate su Multi-Layer Perceptrons (MLP), con l'intento di aumentare l'accuratezza e l'interpretabilità complessive del metodo.

3. **L'attività scientifica del borsista si articolerà lungo i seguenti assi principali:**
 - (a) sviluppo di modelli differenziali in ambito isogeometrico e costruzione di architetture KAN basate su basi di approssimazione avanzate (splines, NURBS, polinomi ortogonali, funzioni radiali), con analisi della stabilità e dell'accuratezza numerica;
 - (b) ottimizzazione e regolarizzazione dei parametri di modello mediante solutori vincolati e metodi di tipo gradiente-based, con l'obiettivo di garantire convergenza efficiente e robusta;
 - (c) integrazione dei modelli isogeometrici con reti neurali KAN per la soluzione di equazioni differenziali parametriche derivate da applicazioni biomediche e fisiche, con enfasi sulla robustezza numerica e la stabilità computazionale.
4. **Responsabile scientifico (tutor):** Prof.ssa Maria Lucia Sampoli
5. **Struttura presso cui svolgerà l'attività:** Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione e Scienze Matematiche

6. **Durata della borsa**: 12 mesi
7. **Importo della borsa**: euro 23.041 lordo beneficiario
8. **Titoli richiesti**: laurea Magistrale nella classe LM/40, dottorato di ricerca.
9. **Modalità di selezione**: Curriculum e titoli