

Capitolo 1: LE GRANDEZZE FISICHE

1.1 Il metodo della fisica

Lo scopo delle scienze sperimentali è quello di formulare una descrizione quantitativa dei fenomeni naturali cioè di stabilire relazioni fra i valori numerici che le grandezze che descrivono il fenomeno possono assumere. Tale descrizione deve inoltre permettere di prevedere quantitativamente i risultati che ci si aspetta di ottenere per fenomeni analoghi, dove con fenomeno si suole indicare qualsiasi fatto osservato direttamente o per mezzo di dispositivi particolari (che vengono chiamati **apparati di misura**).

Un postulato fondamentale dell'indagine scientifica è che i fenomeni sono indipendenti, a parità di condizioni, dal luogo e dal momento in cui vengono osservati e parimenti indipendenti dal particolare osservatore. Ottenere tale oggettività nella conoscenza della natura non è certo facile; basti pensare che l'osservatore è parte attiva nel processo conoscitivo con tutto il suo complesso di informazioni e schemi mentali preesistenti in quanto derivati da un accumulo di esperienze. Basti pensare alla soggettività della sensazione fisiologica di caldo e freddo, oppure alle valutazioni errate, chiamate comunemente **effetti ottici od illusioni ottiche**, derivanti dal confronto immediato di una immagine presente ad un certo istante con informazioni legate ad esperienze precedenti e conservate nella memoria.

Un altro elemento di estrema importanza, il cui pieno riconoscimento è alla base della fisica quantistica moderna, è il fatto che l'osservazione di un fenomeno perturba, cioè altera, il fenomeno stesso. Benchè riducibile, migliorando le tecniche sperimentali, tale perturbazione non è mai eliminabile del tutto. Un esempio molto grossolano può illustrare questo concetto. Un cieco potrebbe cercare di studiare il moto di una sfera che rotola lungo un piano inclinato seguendola col tatto. Ovviamente la perturbazione arrecata al moto sarebbe notevolissima. L'osservazione puramente ottica dello stesso fenomeno arrecherebbe invece una perturbazione molto piccola. La perturbazione avviene lo stesso però; anche se essa è così piccola che, prima della nascita della fisica moderna, non ce ne rendevamo neppure conto. La perturbazione arrecata è infatti di fatto non apprezzabile, allorchè consideriamo oggetti o fenomeni le cui dimensioni caratteristiche sono grandi rispetto alla lunghezza d'onda della luce usata; invece la perturbazione non può essere trascurata alla scala dei fenomeni atomici. Tali fenomeni sono importanti e sono infatti alla base dei concetti della fisica moderna.

Per l'indagine scientifica è quindi fondamentale definire una metodologia che tenga conto dell'esigenza di osservare e descrivere in modo obiettivo i fenomeni, in modo che essi possano venire descritti quantitativamente, ovvero, come si dice abitualmente, **misurati** e che la descrizione sia valida, ovviamente a parità di condizioni, quale che sia l'osservatore, il luogo e l'istante della misura. Per fare ciò occorre descrivere il fenomeno mediante attributi che possano essere oggettivamente definiti. Con ciò si intende che detti attributi devono essere innanzitutto individuabili e, successivamente, misurabili secondo la definizione che ne daremo fra poco mediante l'uso di opportuni strumenti e seguendo una ben precisa metodologia. Le operazioni fisiche effettuate a questo fine si chiamano **operazioni di misura**. Molto rozzamente il processo della fisica (e delle altre scienze sperimentali) può venir schematizzato nel modo seguente. In presenza di un certo fenomeno si cerca innanzitutto di identificare un certo numero di attributi caratteristici che permettano di descriverlo. Per giungere ad una formulazione quantitativa, che permetta di descrivere il fenomeno con delle relazioni

matematiche, occorre però che gli attributi introdotti siano associabili a grandezze algebriche e quindi tali che fra essi si possano stabilire delle relazioni di uguaglianza o di disuguaglianza e che si possano eseguire operazioni matematiche. Per quanto queste condizioni possano apparire banali, ciò non è sempre possibile. Per esempio si è a lungo usato caratterizzare il vento mediante l'attributo **forza del vento**, definito basandosi sugli effetti fisici prodotti dal vento nell'ambiente circostante (rami agitati, comignoli abbattuti, e così via). Per tentare di dare una descrizione non solo qualitativa venne introdotta una classificazione, quale riportata nella tabella seguente:

Descrizione	Forza	Metodo di misura
calma	0	foglie immobili
debole	1	agita le piccole foglie
moderato	2	agita foglie e piccoli rami
teso	3	agita i grossi rami
forte	4	curva piccoli e grossi rami
fortissimo	5	scuote fortemente gli alberi
uragano	6	schianta gli alberi

Una tale descrizione, a parte la grossolanità, per altro sufficiente per molti scopi pratici, è però solo parzialmente quantitativa. Infatti permette di stabilire relazioni di uguaglianza o di disuguaglianza tra le forze dei venti stabilendo che un certo vento è più forte di un altro, però non consente l'impiego di strumenti matematici. Scale empiriche come quella dei venti sono ancora in uso in vari campi. Si pensi alla scala per esprimere la forza del mare o la scala Mercalli dei terremoti.

La fisica, e ovviamente, anche le altre discipline che non siano puramente empiriche, devono però poter operare su **grandezze**, o **attributi**, come li abbiamo fino ad ora chiamati, fra le quali si possano stabilire relazioni non solo di uguaglianza o disuguaglianza ma eseguire altresì operazioni matematiche. Per esempio può esistere una legge di composizione che a due grandezze omogenee ne associa una terza, omogenea alle prime due.

1.2 Definizione di grandezza fisica

Diremo che un insieme di grandezze omogenee, cioè dello stesso tipo e confrontabili direttamente fra loro, costituisce una **classe di grandezze fisiche** se:

- a) ad esse sia associato un criterio in base al quale si possa sperimentalmente verificare se due grandezze (della stessa classe) sono uguali o differenti ed in quest'ultimo caso quale delle due sia la maggiore.
- b) si sia scelta una grandezza della classe considerata riproducibile esattamente mediante operazioni fisicamente effettuabili come **campione** o **unità di misura**.

Il risultato di qualunque operazione di misura consiste nell'associare ad ogni grandezza fisica un numero (determinabile mediante operazioni fisicamente effettuabili) che esprime in termini di multiplo (o sottomultiplo) del campione la grandezza in osservazione. La scelta dell'unità di misura, è ovviamente largamente arbitraria e ci si fa guidare da criteri di semplicità o di comodità.

1.3 Definizione operativa di misura

Consideriamo alcuni concetti familiari quali quelli di piano, retta, punto ed il concetto di lunghezza, considerandoli però dal **punto di vista del fisico**. Questi concetti così, apparentemente, familiari sono generalmente presentati dal punto di vista della geometria, da un punto di vista cioè prevalentemente **astratto**. La geometria alle sue origini storiche non era altro che una serie di regole pratiche che servivano a misurare le distanze, le aree ed i volumi dei corpi. I suoi concetti fondamentali derivarono dall'esperienza e dall'osservazione del mondo circostante. I suoi primi enunciati furono la risposta a problemi di natura pratica posti dalle esigenze della vita quotidiana. In seguito attraverso una schematizzazione ed idealizzazione di alcune caratteristiche dei corpi (quali la piccolezza di un granello di sabbia, la configurazione di un filo teso, la descrizione della superficie di un liquido in quiete, etc.) si è giunti a formulare alcune **astrazioni** di queste caratteristiche. Vennero in questo modo introdotti i concetti **geometrici** di punto, di retta, di piano e così via. È significativo per esempio che Euclide definisca la linea come ciò che non ha spessore; una definizione che mostra ancora chiaramente il processo di astrazione dalla realtà quotidiana. I postulati fondamentali (per esempio quello che per due punti passa sempre una ed una sola retta) esprimono, sempre nell'ambito di questo processo di astrazione, delle proprietà empiriche dei corpi reali. La geometria di Euclide deriva poi per via puramente logica tutti i suoi successivi enunciati dai postulati fondamentali. Tali enunciati esprimono quindi a loro volta, e sempre in modo astratto, proprietà dei corpi reali. Questo processo di astrazione è però apparso ad un certo punto insufficiente ai matematici. La spiegazione dei concetti fondamentali e la plausibilità dei postulati fondamentali sono irrilevanti per la consistenza logica dell'edificio matematico. Dal punto di vista moderno la geometria di Euclide, per esempio, è completamente definita dall'insieme dei postulati che operano sulle entità astratte che vengono chiamate **punto, retta, piano** e così via, ma per le quali non c'è bisogno di alcuna spiegazione o definizione.

Per il fisico la situazione è radicalmente differente. Gli elementi su cui opera la fisica sono tratti dal mondo fisico (reale!) e le sue proposizioni devono potersi applicare direttamente al mondo fisico. Quando il fisico usa la terminologia della geometria lo fa nello spirito del primitivo significato della geometria. Ogni entità a cui il fisico fa riferimento corrisponde ad un ente fisicamente ben individuato ed ogni operazione (per esempio la somma di due segmenti) va sempre pensata come operazione da effettuarsi materialmente sui corpi del mondo circostante. Allorchè il fisico parla di retta, piano, etc. egli definisce simultaneamente (se già non l'ha fatto prima) le operazioni da compiersi materialmente per verificare che la superficie, per esempio di un blocco metallico, sia, con la voluta precisione, una porzione di ciò che è stato definito piano. In altre parole, per il fisico, una porzione di superficie è una porzione di piano solo se eseguendo una ben precisa serie di operazioni materiali, dette **misure**, il risultato delle stesse soddisfa a delle ben precise relazioni. Questa distinzione fra concetti fisici e concetti matematico-geometrici non è oziosa. È proprio riflettendo sul concetto di misurabilità, e sulla necessità di considerare attentamente il **processo di misura**, che è nata la fisica moderna. Finchè ci limitiamo a considerare fenomeni associati alle dimensioni degli oggetti della nostra vita quotidiana non è sorprendente che i risultati della geometria e dell'analisi matematica siano applicabili alla descrizione dei fenomeni naturali, in quanto, nonostante tutto, il processo di astrazione, i concetti dell'analisi e della geometria sono stati derivati dai fatti della vita. Per esempio la somma degli angoli di un triangolo fatto di lamiera sarà tanto più vicina a 180^0 , come stabilisce la geometria euclidea, quanto maggiore sarà stata la accuratezza con la quale è stato costruito il triangolo e quella con la quale è stata effettuata l'operazione di misura degli angoli. Quando si considerano però lunghezze su scala astronomica,

nulla garantisce a priori che sia corretto applicare la geometria euclidea ed il fisico dovrà, prima di usare tale descrizione, verificare se le relazioni che essa stabilisce siano sperimentalmente verificate ^[1]. Analogamente andando a dimensioni estremamente piccole quali quelle degli atomi non è detto (ed infatti non lo è) che si possa applicare la stessa descrizione valida alla scala dei fenomeni della vita di ogni giorno.

Dopo queste premesse vediamo ora di considerare più in dettaglio come in fisica viene definito, per esempio, un segmento e qual'è la definizione operativa della lunghezza dello stesso. L'espressione **definizione operativa** ricorrerà spesso nel seguito. Con tale espressione intendiamo la precisa specificazione della sequenza di operazioni materiali che il fisico deve compiere. Ci si può fare una prima idea di **piano fisico** considerando la superficie di un liquido in quiete. Una tale superficie non si presta però agli scopi pratici. È desiderabile invece avere a disposizione una superficie solida che può venir realizzata nel modo seguente. Si prendano tre lastre, per esempio di acciaio, di uguale dimensione e le si spianino grossolanamente. Si sovrappongano poi le lastre a due a due. Con uno strumento opportuno (un raschietto) si asporti del materiale dalle varie lastre fino ad ottenere un miglior combaciamento. Per sapere da quali zone di una lastra si deve asportare il materiale si può per esempio spalmare una delle lastre che vengono messe a confronto con un sottilissimo strato di vernice o di olio. Nelle zone in cui le due lastre messe a confronto si toccano, la seconda lastra risulterà macchiata. Si può facilmente capire che è necessario lavorare contemporaneamente con tre lastre. Infatti due lastre possono combaciare perfettamente pur non essendo piane (nel senso intuitivo della parola); può essere sufficiente, per esempio, che abbiano superfici sferiche rispettivamente concava e convessa con uguale curvatura. Il confronto con una terza lastra e la verifica della planarità con le prime due potrà eliminare questa ambiguità. Il metodo di procedere descritto sopra è, per il fisico, la definizione di **piano fisico**. Applicando la procedura suddetta si ottengono alla fine tre lastre che rappresentano altrettanti piani fisici. È da notare che nella definizione così introdotta è contenuto il criterio per controllare la planarità della superficie di qualsiasi corpo. Una volta definito così il piano fisico, si possono definire la retta fisica, il punto fisico e così via. Per **retta fisica** si intende lo spigolo comune a due facce piane ricavate sullo stesso corpo, per esempio una sbarra di acciaio. Tale sbarra così lavorata è ciò che comunemente viene designato col nome di **regolo**. Per **punto fisico** analogamente si intende l'intersezione di due rette (fisiche) tracciate sulla stessa superficie piana, o, il che è equivalente, l'intersezione di una retta con un piano che non la contenga interamente. Si può ora verificare sperimentalmente che i tre enti, punto, retta, piano, fisicamente realizzati, soddisfano ai postulati della geometria euclidea, nei limiti della precisione con la quale sono stati lavorati. Vale altresì la pena di osservare che il piano fisico, o la retta fisica, sono necessariamente limitati in estensione per cui è più corretto parlare di porzione di piano e di segmenti di retta.

Consideriamo ora la definizione operativa di uguaglianza e di somma di due segmenti e, successivamente, la definizione di lunghezza. Consideriamo pertanto due segmenti fisici AB ed $A'B'$. Immaginiamo di disporre lo spigolo di un regolo rettilineo lungo AB ed individuiamo due punti fisici, chiamiamoli C e D , sull'orlo del regolo in modo che detti punti risultino in corrispondenza rispettivamente con A e B . Disponiamo successivamente lo stesso regolo lungo il segmento $A'B'$ in modo che uno dei due punti su esso segnati, per esempio C , coincida con A' e contemporaneamente l'altro punto, D , cada rispetto ad A' dalla stessa parte di B' . Se dopo questa operazione troviamo che B' coincide con D diremo che i due segmenti AB e $A'B'$ sono uguali fra loro. In caso contrario diremo che i segmenti sono disuguali. Si può a questo punto definire la somma di due (o più) segmenti. Dati due segmenti AB e CD , per esempio, immaginiamo di disporre

^[1] A questo riguardo una utile lettura può essere trovata nel primo capitolo di C.Kittel, W.D.Knight, M.A.Ruderman: La Fisica di Berkeley, vol.I - Zanichelli (Bologna)

il bordo di un regolo rettilineo lungo il segmento AB. Si segnino su di esso due punti A' e B' coincidenti rispettivamente con A e B. Disponiamo poi il bordo del regolo lungo il segmento CD in modo che B' coincida con C ed A' e D si trovino da parti opposte rispetto a B' . Segnamo sull'orlo del regolo il punto D' coincidente con D. Ogni segmento che in base alla precedente definizione di uguaglianza risulti uguale al segmento $A'D'$ sarà per definizione uguale alla somma dei due segmenti AB e CD. In base alle definizioni precedenti si può ora definire la lunghezza di un segmento. Dobbiamo anzitutto scegliere una volta per tutte un segmento \mathbf{u} come segmento di riferimento, o **segmento campione**. Riportiamo lungo un regolo rettilineo, a partire da un punto arbitrario O, uno di seguito all'altro, tanti segmenti tutti uguali a \mathbf{u} in modo che i loro estremi a due a due coincidano. Numeriamo, a partire da O, i punti che dividono un segmento dal successivo coi numeri naturali 0, 1, 2, 3, ... Il segmento (0,1) è uguale al segmento campione; il segmento (0,2) è uguale alla somma di due segmenti campione, e così via. Dato allora un qualsiasi segmento AB, portiamo l'orlo del regolo lungo AB e facciamo coincidere A con O in modo che B cada dalla parte graduata. Se B coincide per esempio col punto segnato col numero 5, vuol dire che AB è uguale a cinque volte il campione scelto, \mathbf{u} . Diremo che la lunghezza di AB è 5, in un sistema in cui si sia scelto il segmento \mathbf{u} come unità di lunghezza. Se l'estremo B non coincide con nessuno dei punti segnati sull'orlo del regolo ma cade fra due divisioni successive, per esempio quelle corrispondenti a 5 e 6, si può affermare che la lunghezza di AB è compresa fra 5 e 6 ossia

$$5 \mathbf{u} < \text{lunghezza di } AB < 6 \mathbf{u}. \quad (1.3.1)$$

In generale sarà estremamente raro che per un segmento AB generico il punto B coincida con una delle divisioni numerate del regolo e la misura della lunghezza sarà affetta da una indeterminazione. Volendo ridurre tale indeterminazione occorre costruire un regolo con divisioni più fitte. Si può per esempio scegliere come distanza fra due graduazioni successive un segmento \mathbf{u}' tale che la somma di 10 segmenti \mathbf{u}' sia uguale ad \mathbf{u} . Potrà allora capitare che il risultato della misura coincida con una delle nuove divisioni; in generale l'estremo B del segmento AB cadrà però nell'intervallo fra due divisioni. Si potrebbe immaginare di ripetere indefinitamente questo ragionamento e rendere piccolo a piacere l'intervallo fra due divisioni e quindi, si potrebbe supporre, l'incertezza sulla misura della lunghezza. In realtà non è così e ciò sia per ragioni puramente pratiche sia per motivi concettuali di fondo.

È da notare che anzitutto lo scopo della fisica è quello di esprimere delle relazioni fra grandezze che siano sufficientemente approssimate per servire agli scopi pratici. Il grado di approssimazione di una misura necessaria per scopi pratici è limitato. Ogni volta che si vuole scrivere il risultato di una misura con una cifra in più si deve avere a disposizione uno strumento di qualità migliore. Nel caso presente occorrerà dividere ulteriormente in dieci parti il più piccolo trattino di regolo. Tanto più fitte saranno le divisioni, con tanta maggiore accuratezza dovranno essere realizzate. A parte la difficoltà di realizzare materialmente tali divisioni al di là di un certo limite bisogna pure notare che altri elementi entrano in gioco quando si raggiungono livelli di accuratezza molto elevati. Per esempio le variazioni di temperatura, dovute sia alle variazioni della temperatura ambiente che quelle dovute alle operazioni e manipolazioni effettuate dall'osservatore, causano variazioni di lunghezza. L'entità di queste variazioni per una sbarra di alluminio lunga 50 cm e in corrispondenza alla variazione di un grado è di circa $12 \mu\text{m}$. A certi livelli di accuratezza un tale effetto non è trascurabile. Naturalmente gli effetti dovuti alle variazioni di temperatura possono venir molto ridotti, termostatando la sbarra in misura, ma mai eliminati del tutto. Inoltre, in molti altri casi, ciò non è possibile. In ogni modo occorre anche tenere ben presente che un aumento di **precisione** di un fattore 10 può facilmente costare un fattore 100 in prezzo. Vi sono infine delle limitazioni intrinseche che impediscono di ottenere una accuratezza arbitrariamente buona. Nel caso della sbarra, per esempio, sebbene

essa appaia macroscopicamente come un corpo compatto, cioè a struttura continua, delimitata da superfici ben definite, è in realtà costituita da un grandissimo numero di atomi oscillanti continuamente intorno alle loro posizioni di equilibrio. Anche ammettendo di poter fissare l'osservazione su due atomi estremi non si saprebbe ugualmente come definire la lunghezza della sbarra perchè la distanza fra questi due atomi varia continuamente.

Le considerazioni fatte a proposito della lunghezza di un segmento fisico, preso come esempio, si applicano a tutte le grandezze fisiche. Il risultato di qualunque operazione di misura non sarà mai perfettamente definito. In altre parole ad ogni grandezza fisica G , in conseguenza di un'operazione di misura, viene associato non un numero ma un intervallo (ovviamente dopo che si sia definita e fissata la corrispondente unità di misura)

$$a \leq \text{valore di } G \leq b \quad (\text{con } a, b \text{ numeri reali}) \quad (1.3.2)$$

che rappresenta l'intervallo entro il quale può variare il risultato della misura in conseguenza delle operazioni eseguite per effettuare la misura stessa. L'intervallo (a,b) entro il quale cade il valore della grandezza G può venir specificato altresì definendo il centro dell'intervallo che vale $(a+b)/2$ e la semilarghezza dello stesso, $(b-a)/2$. Si scriverà così in generale che:

$$\text{valore di } G = \left[\frac{(a+b)}{2} \pm \frac{(b-a)}{2} \right] \mathbf{u} \quad (1.3.3)$$

Il significato di questa espressione è esattamente lo stesso di quello della relazione precedente. La quantità $(a+b)/2$ è il risultato della misura, \mathbf{u} è l'unità di misura prescelta e la quantità $(b-a)/2$ viene comunemente indicata col nome di **errore** e rappresenta l'indeterminazione con cui il risultato della misura è conosciuto in seguito alle operazioni eseguite per effettuare la misura stessa. È pure da notare che tutte le volte che l'errore non viene specificato e quindi il risultato della misura viene espresso mediante un solo numero si sottintende che l'errore sia sull'ultima cifra scritta.

Esempio: scrivere che la lunghezza di un certo oggetto è $l = 4.25 \text{ cm}$, significa che tale misura si ritiene affetta da un errore di qualche centesimo di cm. Scrivere quindi 4.250 cm anzichè 4.25 cm significa affermare che l'indeterminazione della misura è dell'ordine dei millesimi di cm. Il numero di cifre (contando, a partire da sinistra, dalla prima diversa da zero) con cui si esprime una misura (4 nel caso di 4.250 , 3 nel caso di 4.25) è quello che si chiama numero di **cifre significative**. Occorre fare attenzione che, nel caso in cui le due misure precedenti venissero date come 0.04250 m e 0.0425 m , il numero delle cifre significative resterebbe il medesimo in quanto gli zeri introdotti sarebbero dovuti solo all'unità di misura scelta. Notiamo inoltre che, se scriviamo la velocità della luce come $c = 300000 \text{ Km/s}$ ci veniamo a trovare in una situazione ambigua: non sappiamo cioè se il numero 300000 è stato correttamente misurato fino all'ultima cifra (nel qual caso le cifre significative sarebbero 6) oppure se gli zeri successivi al 3 esprimono soltanto l'ordine di grandezza della quantità (nel qual caso si avrebbe solo una cifra significativa). Per ovviare all'ambiguità è conveniente in questo secondo frangente utilizzare la notazione basata sulle potenze di 10: $3 \cdot 10^5 \text{ Km/s}$ che non lascia adito a dubbi essendo qui sottinteso che il valore **più probabile** è proprio $3 \cdot 10^5 \text{ Km/s}$ e non $2 \cdot 10^5 \text{ Km/s}$ o $4 \cdot 10^5 \text{ Km/s}$.

La notazione in potenze di 10 è di uso frequentissimo; sono stati a tal scopo conati nomi speciali di prefissi per indicare gli esponenti. I più comuni sono illustrati nella tabella seguente:

Nome	Potenza di 10	Simbolo
atto	-18	a
femto	-15	f
pico	-12	p
nano	-9	n
micro	-6	μ
milli	-3	m
centi	-2	c
deci	-1	d
UNITÀ	0	-
deca	1	da
etto	2	h
kilo	3	k
mega	6	M
giga	9	G
tera	12	T
peta	15	P
exa	18	E

Nel seguito riprenderemo con più dettaglio queste considerazioni.

Per il momento i due punti fondamentali da ritenere sono:

- 1) la base di qualunque descrizione quantitativa dei fenomeni naturali è costituita dal processo di misura il cui scopo è di associare ad ogni grandezza un numero che rappresenta il risultato della misura.
- 2) nessuna grandezza fisica può venir misurata con precisione assoluta, ma sarà sempre affetta da una indeterminazione, od errore che dir si voglia, riducibile fino a limiti molto bassi, migliorando gli strumenti di misura, ma mai eliminabile del tutto.
- 3) per ogni misura deve essere espressa l'unità di misura utilizzata. Occorre cioè definire il **sistema di unità di misura** in cui la operazione è stata effettuata.