MATEMATICA “LEGGERA”

1. Equazioni
2. Proporzioni
3. Potenze
4. Notazione scientifica
5. Superfici e volumi
6. Percentuale
7. Funzioni
8. Sistemi di riferimento
9. Esponenziale e logaritmo
10. Gaussiana
11. Funzioni trigonometriche

Equazioni: cosa sono

Relazioni di uguaglianza tra due membri

tutto ciò che è a 1° membro (numeri, dimensioni, unità di misura)
deve essere uguale a *tutto ciò* che è a 2° membro

Es.

Area di un rettangolo:

$A = ab = (50\ cm) \cdot (1\ m)$

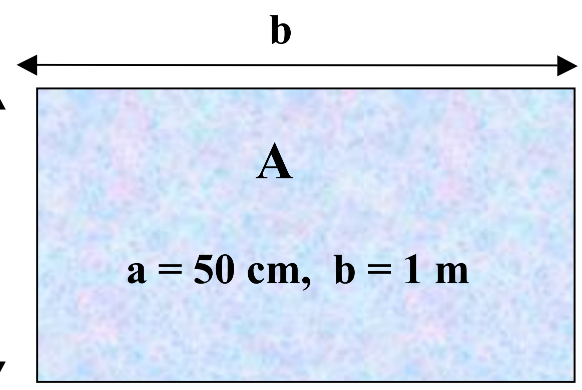
$= 50\ cm \cdot m$ (da evitare!)

$= 50\ cm \cdot 100\ cm = 5000\ cm^2$

~~= 5000 cm~~ NO!

$= 0.5\ m \cdot 1\ m = 0.5\ m^2$

~~= 0.5 m~~ NO!



Equivalenze + controllo dimensionale

Equazione = relazione di uguaglianza tra due membri
verificata per particolari valori di una variabile incognita

$ax + b = 0 \quad \rightarrow \quad x = -b/a$

Equazioni: come si risolvono

Proprietà:

Sommando (sottraendo) una stessa quantità a entrambi i membri
Moltiplicando (dividendo) per una stessa quantità entrambi i membri
il risultato non cambia

Es.

$2x = 6 \rightarrow x=3$

$2x + 4 = 6 + 4 \rightarrow 2x + 4 = 10 \rightarrow x=3$

$2x \cdot 5 = 6 \cdot 5 \rightarrow 10x = 30 \rightarrow x=3$

…e da qui deriva
il metodo di risoluzione:

Metodo di risoluzione:

Equazione: $ax+b = 0 \rightarrow ax + b = 0$

$ax + b - b = 0 - b \rightarrow ax = -b$

$ax/a = -b/a \rightarrow \underline{x = -b/a}$

Es.

$2x - 6 = 0$

$2x - 6 + 6 = 0+6 \rightarrow 2x = 6$

$2x/2 = 6/2 \rightarrow x = 3$

Es.

$x/3 + 1/4 = 0$

x/3 + _ - _ = 0 – _ → x/3 = - _

x/3 • 3 = (- _) • 3 → x = -3/4

Proporzioni

$a:b = c:d \rightarrow ad = bc$

Prodotto dei medi = prodotto degli estremi

Nulla di magico: sono solo normali equazioni!

$a/b = c/d \rightarrow$

$a = bc/d \qquad c = ad/b$

$b = ad/c \qquad d = bc/a$

Applicazione "quotidiana": conversione di unità di misura

Conversione di unità di misura

... ogni giorno, nella vita quotidiana, usiamo inconsciamente le proporzioni...

Es.

Prezzo in lire → Prezzo in euro

$$\frac{N\,£}{x} = \frac{1936.27\,£}{1\,€} \Rightarrow x = \frac{N\,£ \bullet 1\,€}{1936.27\,£} = N \bullet \frac{1}{1936.27}\,€ = N \bullet 0.000516\,€$$

Prezzo in euro → Prezzo in lire

$$\frac{N\,€}{x} = \frac{1\,€}{1936.27\,£} \Rightarrow x = \frac{N\,€ \bullet 1936.27\,£}{1\,€} = N \bullet 1936.27\,£$$

Fattore di conversione = rapporto tra due unità di misura

Es.

Velocità

km/h → m/s

1 km/h = 1000 m / 3600 s = 0.28 m/s

n km/h = n * 0.28 m/s

m/s → km/h

1m/s = 0.001 km / (1/3600) h = 3.6 km/h

n m/s = n * 3.6 km/h

Velocità di un atleta dei 100 m: 10 m/s = 10*3.6 km/h = 36 km/h

di un'automobile: 120 km/h = 120*0.28 m/s = 33.6 m/s

della luce: 300000 km/s = $3 \cdot 10^8$ m/s = $3 \cdot 10^8 \cdot 3.6$ km/h = $1.08 \cdot 10^9$ km/h

Operazioni e Potenze

Operazioni algebriche:		Operazioni inverse (quando possibili)
Addizione	$a+b$	Sottrazione
Moltiplicazione	$a \cdot b = a+a+a\ldots$ (b volte)	Divisione
Potenza	$a^b = a \cdot a \cdot a\ldots$ (b volte)	Radice b-esima

$a^b \rightarrow$ a = base, b = esponente

Proprietà delle potenze di ugual base

- $a^n + a^m \rightarrow \ldots$
  (nessuna particolare proprietà)

  $a^3 + a^2 = (a \cdot a \cdot a) + (a \cdot a)$
  $= a \cdot a \cdot (a+1)$ … *dipende!*

- $a^n \cdot a^m \rightarrow a^{n+m}$

  $a^3 \cdot a^2 = (a \cdot a \cdot a) \cdot (a \cdot a) = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^5$

- $(a^n)^m \rightarrow a^{n*m}$

  $(a^3)^2 = (a \cdot a \cdot a) \cdot (a \cdot a \cdot a) = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^6$

- $a^n/a^m \rightarrow a^{n-m}$

  $a^3/a^2 = (a \cdot a \cdot a)/(a \cdot a) = a = a^1$

Potenze a esponente negativo

$a^n/a^m \rightarrow a^{n-m}$

$a^3/a^2 = (a \cdot a \cdot a)/(a \cdot a) = a = a^1$

Ma attenzione:

$a^3/a^2 = (a \cdot a \cdot a)/(a \cdot a) = a = a^1 = a^{3-2}$

$a^2/a^3 = (a \cdot a)/(a \cdot a \cdot a) = 1/a = a^{-1} = a^{2-3}$

$a^3/a^3 = (a \cdot a \cdot a)/(a \cdot a \cdot a) = 1 = a^0 = a^{3-3}$

La regola continua a valere, purchè si definisca

$a^{-n} = 1/a^n$ potenza a esponente negativo

$a^0 = 1$ potenza a esponente nullo

Potenze di 10

Per esprimere brevemente numeri molto grandi o molto piccoli:

10^6 si legge *'dieci alla sesta'*

è uguale a 1 moltiplicato per 10^6: $1 \cdot 1000000 = 1000000$

è uguale a 1.0 spostando la virgola a destra di 6 posti

es. $3.5 \cdot 10^6 = 3500000$

10^{-6} si legge *'dieci alla meno 6'*

è uguale a 1 diviso per 10^6: $1/1000000 = 0.000001$

è uguale a 1.0 spostando la virgola a sinistra di 6 posti

es. $3.5 \cdot 10^{-6} = 0.0000035$

Es.

numero di Avogadro → $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} = 602200000000000000000000$

massa dell'elettrone → $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$ kg $= 0.00000000000000000000000000000091$ kg

Notazione scientifica

Nei calcoli scientifici si usa scrivere i numeri grandi e piccoli come
una cifra (da 1 a 9),
seguita eventualmente da punto decimale e cifre successive,
per la relativa potenza di dieci

Es.

$500 = 5 \cdot 10^2$ | $0.05 = 5 \cdot 10^{-2}$
$3578 = 3.578 \cdot 10^3$ | $0.003578 = 3.578 \cdot 10^{-3}$
$10000 = 10^4$ | $0.0001 = 10^{-4}$

Vantaggio: le potenze di 10 sono potenze!

Le proprietà delle potenze permettono di eseguire velocemente operazioni complicate, con risultati non lontani dal risultato vero.

Es.

$2897 \cdot 71544 = 207262968 = 2.07 \cdot 10^8$ *(esatto)*

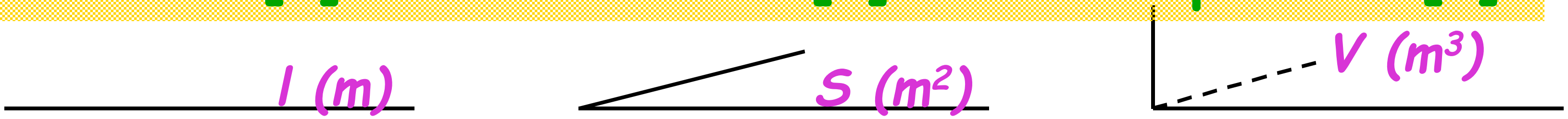
$= (2.897 \cdot 10^3) \cdot (7.1544 \cdot 10^4)$

$= 2.897 \cdot 7.1544 \cdot (10^3 \cdot 10^4)$

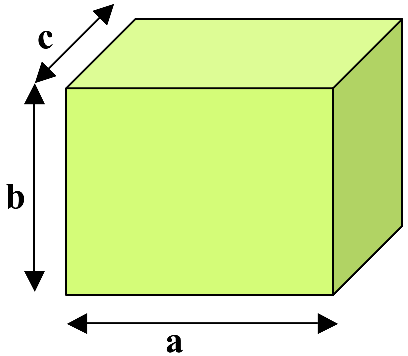
$\cong (3 \cdot 10^3) \cdot (7 \cdot 10^4) = 3 \cdot 7 \cdot 10^7 = 21 \cdot 10^7 = 210000000 = 2.1 \cdot 10^8$ *(appross.)*

Lunghezze, superfici, volumi

Retta – $[L]^1$ **Piano – $[L]^2$** **Spazio – $[L]^3$**



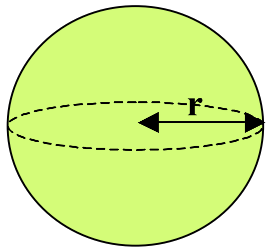
L'area della superficie di un corpo si misura sempre in m^2, cm^2,…
Il volume (o capacità) di un corpo si misura sempre in m^3, cm^3,…



PARALLELEPIPEDO

$S = a \cdot b$

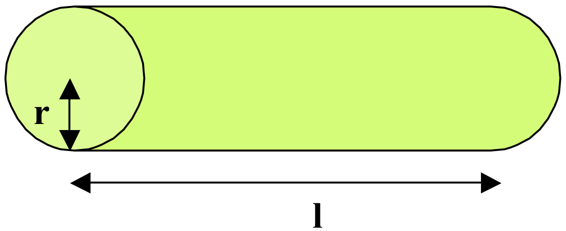
$V = a \cdot b \cdot c$



SFERA

$S = \pi \cdot r^2$

$V = (4/3) \cdot \pi \cdot r^3$



CILINDRO

$S = \pi \cdot r^2$

$V = \pi \cdot r^2 \cdot l$

In generale:

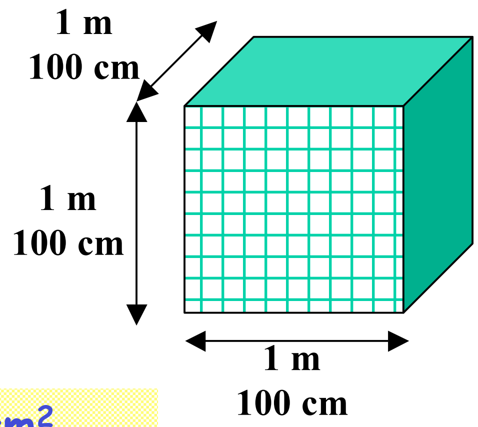
S = base · altezza

V = area base · altezza

Misure di superfici e volumi

Attenzione alle conversioni tra unità di misura!

Meglio un passaggio in più...



1 m²(m³) significa "un metro al quadrato(cubo)"
e non "uno al quadrato(cubo)" metri
è una misura di area(volume)
e quindi ha sempre dimensione $L^2(L^3)$

Quindi:

$1\ m^2 = (1\ m)^2 = (10^2\ cm)^2 = 10^4\ cm^2 = 10000\ cm^2$
$1\ m^3 = (1\ m)^3 = (10^2\ cm)^3 = 10^6\ cm^3 = 1000000\ cm^3$

$1\ cm^2 = (1\ cm)^2 = (10^{-2}\ m)^2 = 10^{-4}\ m^2 = 0.0001\ m^2$
$1\ cm^3 = (1\ cm)^3 = (10^{-2}\ m)^3 = 10^{-6}\ m^3 = 0.000001\ m^3$

$1\ l = 1\ dm^3 = (1\ dm)^3 = (10^{-1}\ m)^3 = 10^{-3}\ m^3$
$= (10^1\ cm)^3 = 10^3\ cm^3$

Es.

Se 1 litro d'acqua ha massa di 1 kg,
1 m³ d'acqua ha massa di 1000 kg!!!

Percentuale

Metodo "comodo" per esprimere variazioni (aumenti o diminuzioni) rispetto a una situazione nota

$$1\ \% = 1/100 = 10^{-2} = 0.01$$

$$n\ \% = n/100 = 10^{-2} \cdot n = 0.01 \cdot n$$

Es.

- 3% di $150 = 3 \cdot 150/100 = 0.03 \cdot 150 = 3 \cdot 1.5 = 4.5$
- 20% di $1000000 = 0.20 \cdot 1000000 = 200000$
- 20% di $0.003 = 0.20 \cdot 0.003 = 2 \cdot 10^{-1} \cdot 3 \cdot 10^{-3} = 6 \cdot 10^{-4} = 0.0006$
- 200% di $1000 = 2 \cdot 1000 = 2000$ (raddoppiare = aumentare del 100% = passare al 200 %)

La percentuale è sempre relativa alla grandezza a cui si riferisce ed è adimensionale.

Es.

- 3% di 150 = 4.5
- 20% di 1000 = 200
- Soluzione di una sostanza in acqua al 5% =
  in volume: in 1 litro di soluz., 950 cm^3 di acqua e 50 cm^3 di soluto
  in peso: in 1 kg di soluz., 950 g d' acqua e 50 g di soluto

"Per mille":

$1\ ‰ = 1/1000$
$= 0.001$
$= 0.1\%$

Parte per milione:

$1\ ppm = 1/1000000$
$= 0.000001$
$= 0.0001\%$
$= 0.001\ ‰$

Uso del calcolo percentuale

In laboratorio: errore relativo o percentuale

Misura: $a \pm \Delta a$

Errore relativo: $err = \Delta a / a$

Errore percentuale: $err\% = \Delta a / a \cdot 100$

Es.

Errore su misura di lunghezza:

lungh = (63 ± 0.5) cm
err = (0.5 cm)/(63 cm) = 0.0079
err% = err · 100 = 0.79 %

Nella vita quotidiana:
i conti in tasca
(tasse, IVA,…)

Es.

Prezzo netto (IVA escl.): N = 100
Prezzo lordo: L = N + 0.20 N
= (1+0.20) N = 1.20 N = 120

Prezzo lordo (IVA compr.): L = 100
Prezzo netto: L = N + 0.20 N = 1.20 N
→ N = L / 1.20 = 0.8333 L = 83.33
e non N = 0.80 L = 80

Funzioni

Funzione = relazione univoca tra due grandezze variabili

$$y=f(x)$$

$y=f(x)$ → la grandezza y dipende dalla grandezza x: come?

Definire la funzione $y=f(x)$ significa stabilire come varia la variabile dipendente y al variare della variabile indipendente x.

Es.

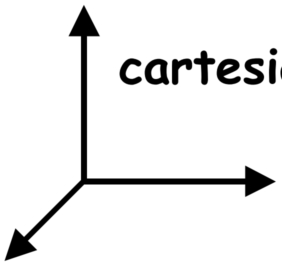
$y = 2x$ <> $y = 5x - 1$ <> $y = x^2$

Rappresentazione delle funzioni
→ Sistemi di riferimento

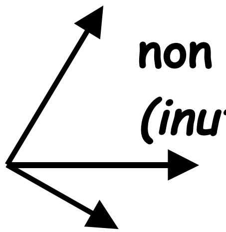
Sistemi di riferimento

Criterio generale: semplicità (= minor complicazione possibile!)

Sistemi cartesiani: assi x,y,z tra loro perpendicolari



cartesiano



non cartesiano
(inutile?...)

Quale sistema di riferimento usare?

Dipende dalle caratteristiche geometriche e di simmetria del problema.

Es.

automobile, bicicletta
peso che cade
scatola cubica
fascio raggi X
...

coord. cartesiane

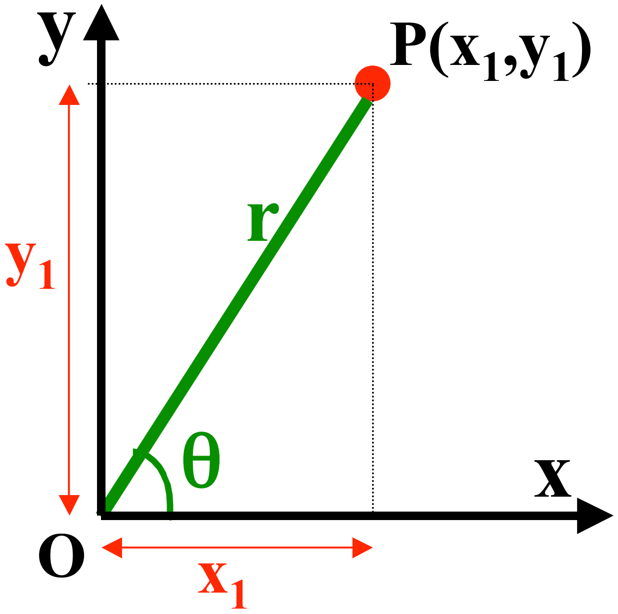
ruota, palla
giostra
Terra, Sole, pianeti
onde elettromagnetiche
atomi, cellule
...

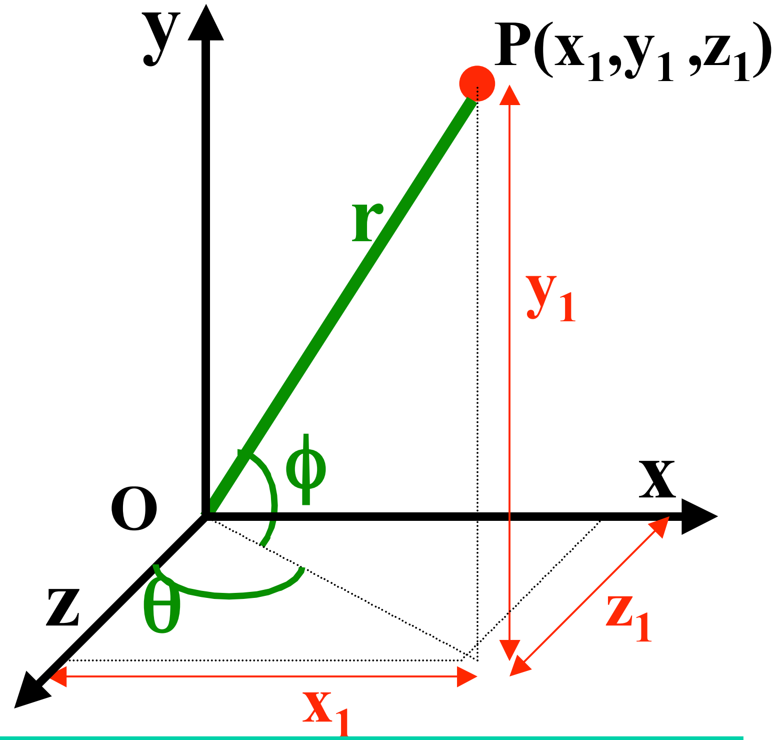
coord. sferiche

tubi, impianti idraulici
condotti elettrici
vasi sanguigni
bottiglie, bombole
siringhe, fiale, flebo

coord. cilindriche

Sistemi di riferimento a 2 e 3 dimensioni





Ogni punto è univocamente determinato da:

in 2 dim → 2 coordinate

$P(x,y)$ o $P(r,\theta)$

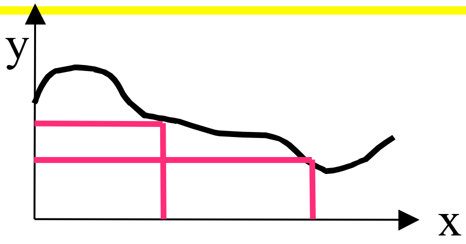
in 3 dim → 3 coordinate

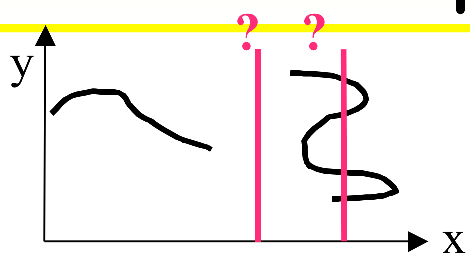
$P(x,y,z)$ o $P(r,\theta,\phi)$

Funzioni: cosa sono

Una relazione di dipendenza e' una funzione se
per ogni valore della variabile indipendente x
esiste uno e un solo valore della variabile dipendente y

SI





NO

Una funzione e' invertibile se
a ogni valore
della var.dipendente y
corrisponde uno e un solo valore
della var.indipendente x
In pratica, se e' sempre
crescente o decrescente.

Es.

persona	→	data di nascita	SI
	←		NO
persona	→	targa auto	NO
	←		SI
$x = n$	→	$y = n$	SI, invertibile
$x = n$	→	$y = n^2$	SI, non invertibile
$x = n$	→	$y = \sqrt{n}$	NO

Quali funzioni usare?

Problema pratico:

interpretare e generalizzare un dato sperimentale

Metodo:

1) Effettuare una serie di misure di laboratorio

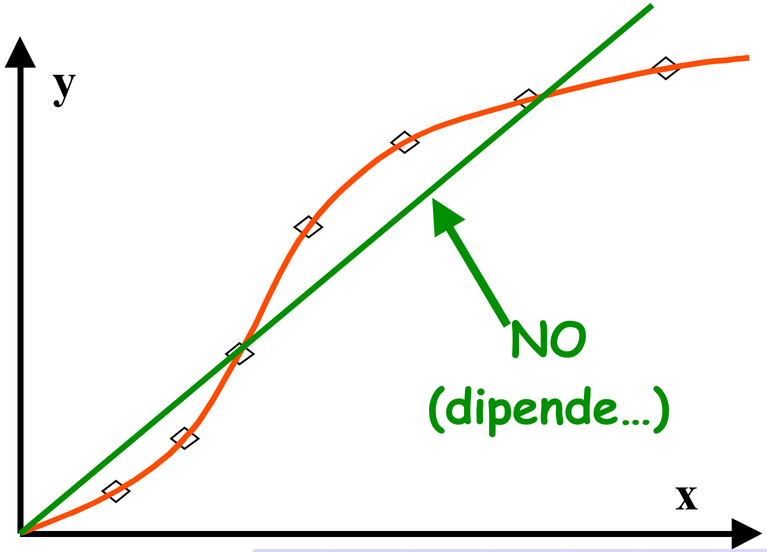
2) Disporle in grafico (x=var.indip., y=var.dip.)

3) Cercare la funzione
che meglio descrive la relazione tra y e x

4) Determinare i parametri di tale funzione
nella particolare situazione in esame

Tutto questo normalmente lo fa un computer,
ma solo se correttamente impostato.

Le funzioni "in laboratorio"



Per determinare una funzione e i suoi parametri bisogna rispettare i "vincoli" dei dati sperimentali *(es. limiti a valori grandi o piccoli, punti o regioni "non fisiche", zeri o valori particolari)* dando come input al computer tutte le informazioni che si hanno.

Attenzione: impostazioni e approssimazioni diverse portano a funzioni diverse per un' unica legge fisica. Bisogna quindi tener presenti i limiti di validita' del procedimento.

Principali funzioni di uso comune "in laboratorio":

- polinomi → $y = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x^1 + a_0$
- esponenziali → $y = ae^{bx}$
- trigonometr. → $y = a\sin(bx)$, $a\cos(bx)$

Funzioni dipendenti dal tempo

Vasta classe di fenomeni della Fisica (e della vita quotidiana)

Tempo = variabile indipendente
parametro del moto

- **Moti:** $s=s(t)$, $v=v(t)$, $a=a(t)$
- **Oscillazioni:** $s(t) = A \sin(\omega t)$
- **Decadimenti:** $n(t) = n_0 \, e^{-\lambda t}$

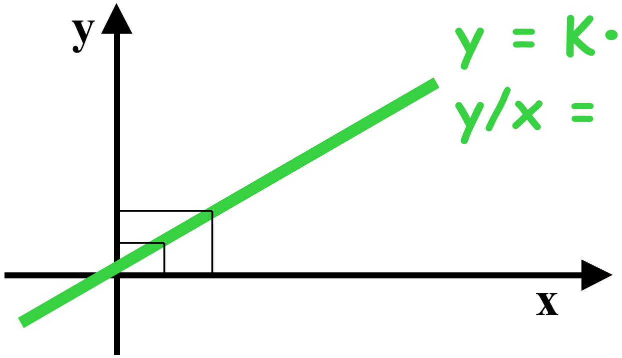
polinomi

f. trigonometriche

f. esponenziale

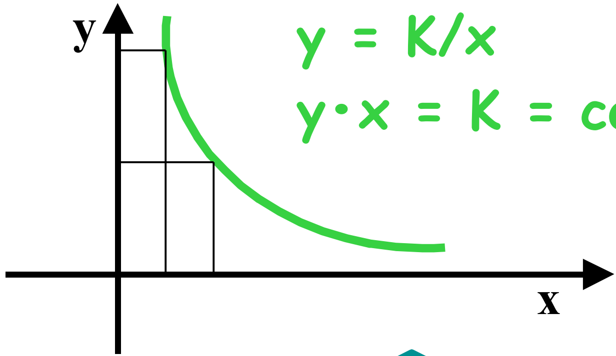
Proporzionalita' diretta e inversa

Retta	1° grado	Iperbole
proporz.diretta		proporz.inversa
y raddoppia	*al raddoppiare di x*	*y si dimezza*



$y = K \cdot x$

$y/x = K = \text{cost}$



$y = K/x$

$y \cdot x = K = \text{cost}$

Es.

In Fisica:

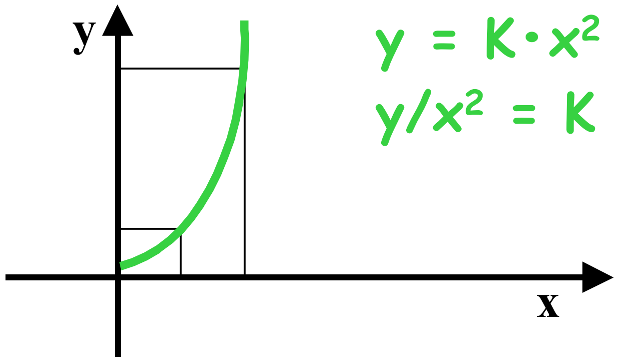
$s = v \cdot t$	$PV = k \rightarrow P = k/V$
$\lambda = c \cdot T$	$\lambda\nu = c \rightarrow \lambda = c/\nu$
$F = m \cdot a$	
$\Delta V = R \cdot I$	

Proporzionalita' quadratica

Parabola | **2° grado** | **Iperbole quadr.**

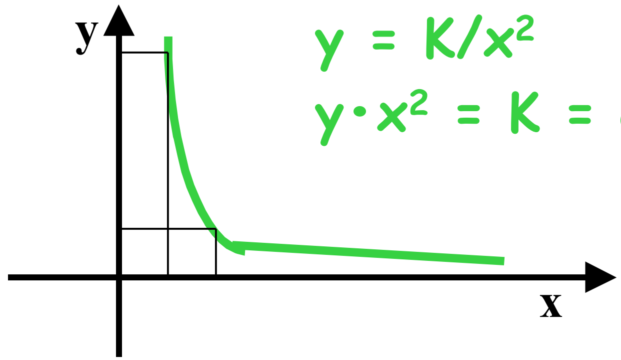
proporz.diretta | **proporz.inversa**

y quadruplica al raddoppiare di x y si riduce a un quarto



$y = K \cdot x^2$

$y/x^2 = K = cost$



$y = K/x^2$

$y \cdot x^2 = K = cost$

In Fisica: *Es.*

$s = (1/2)\, a\, t^2$ $\qquad F_g = -\, G \cdot m_1 m_2 / r^2$

$T = (1/2)\, m\, v^2$ $\qquad F_e = K \cdot q_1 q_2 / r^2$

Esponenziale e logaritmo

Qual è l'esponente a cui bisogna elevare un dato numero per ottenere un certo risultato?

Es.

$10^3 = 1000 \longrightarrow \log_{10}(1000) = 3$

$$a^n = N \rightarrow n = \log_a(N)$$

Logaritmo in base a di N

è l'esponente a cui bisogna elevare la base a per ottenere come risultato il numero dato N.

logaritmo= funzione inversa dell'esponenziale

$\log_{10}(10^2) = 2$

Es.

$\log_3(9) = 2$ *perché* $3^2 = 9$

$\log_2(64) = 6$ *perché* $2^6 = 64$

$\log_e(e) = 1$ *perché* $e^1 = e$

$e = 2.718...$ numero di Neper

$\log_e = \ln$ → logaritmi in base e

$\log_{10} = \text{Log}$ → logaritmi in base 10

Conosciamo meglio i logaritmi

Per semplicità utilizziamo i logaritmi in base 10.
Ma tutte le proprietà valgono
per i logaritmi a qualunque base.

Def. $10^n = N \rightarrow n = \log_{10}(N)$

...
$\log_{10}(100) = 2$ *perché* $10^2 = 100$
$\log_{10}(10) = 1$ *perché* $10^1 = 10$
$\log_{10}(1) = 0$ *perché* $10^0 = 1$
$\log_{10}(0.1) = -1$ *perché* $10^{-1} = 1/10 = 0.1$
$\log_{10}(0.01) = -2$ *perché* $10^{-2} = 1/100 = 0.01$
...
$\log_{10}(0)$ non esiste *perché* 10^n non può dare 0
$\log_{10}(-1)$ non esiste *perché* 10^n non può dare un n.negativo

Il logaritmo
è definito solo
per numeri positivi.

E' positivo
per numeri >1,
negativo
per numeri <1,
nullo
per numeri =1.

Ogni numero positivo ha il suo logaritmo
rispetto a una data base positiva

(utile la calcolatrice...)

Es.

$\log_e(5) = 1.6094$ *perché* $e^{1.6094} = 5$
$\log_{10}(64) = 1.8062$ *perché* $10^{1.8062} = 64$

Proprieta' dei logaritmi

Direttamente dalla definizione e dalle proprietà delle potenze:

Def. $10^n = N \rightarrow n = \log_{10}(N)$

- $\log(N \cdot M) = \log(N) + \log(M)$
- $\log(N/M) = \log(N) - \log(M)$
- $\log(N^a) = a \cdot \log(N)$

Ma:
$\log(N \pm M) \neq \log(M) \pm \log(N)$

Es.

$\log(1000 \cdot 10) = \log(10000) = 4 = 3+1$

$\log(1000/10) = \log(100) = 2 = 3-1$

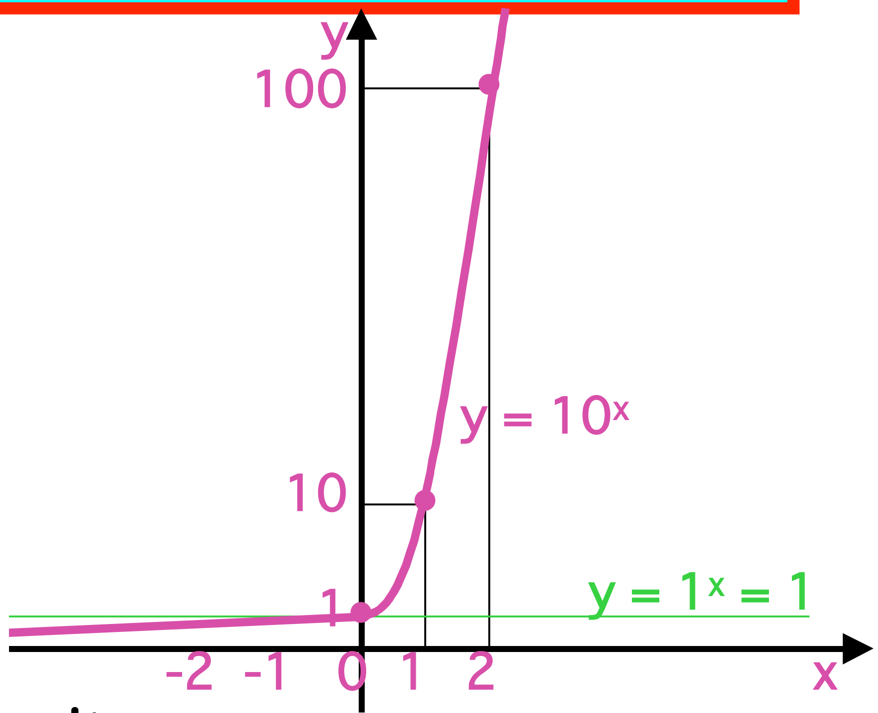
$\log(1000^2) = \log(1000000) = 6 = 2 \cdot 3$

$\log(1000+10) = \log(1010) = 3{,}0043 \neq 4 = 3+1$

Funzione esponenziale

$y = 10^x$

- definita per ogni valore di x
- sempre positiva
- =1 per x=0
- sale "velocissima" per x>0
- scende "lentissima" per x<0



Utile in tanti processi in cui sono coinvolte grandezze positive fortemente variabili.

Rappresentazione semilogaritmica:

un intervallo =
un ordine di grandezza (potenza di 10)

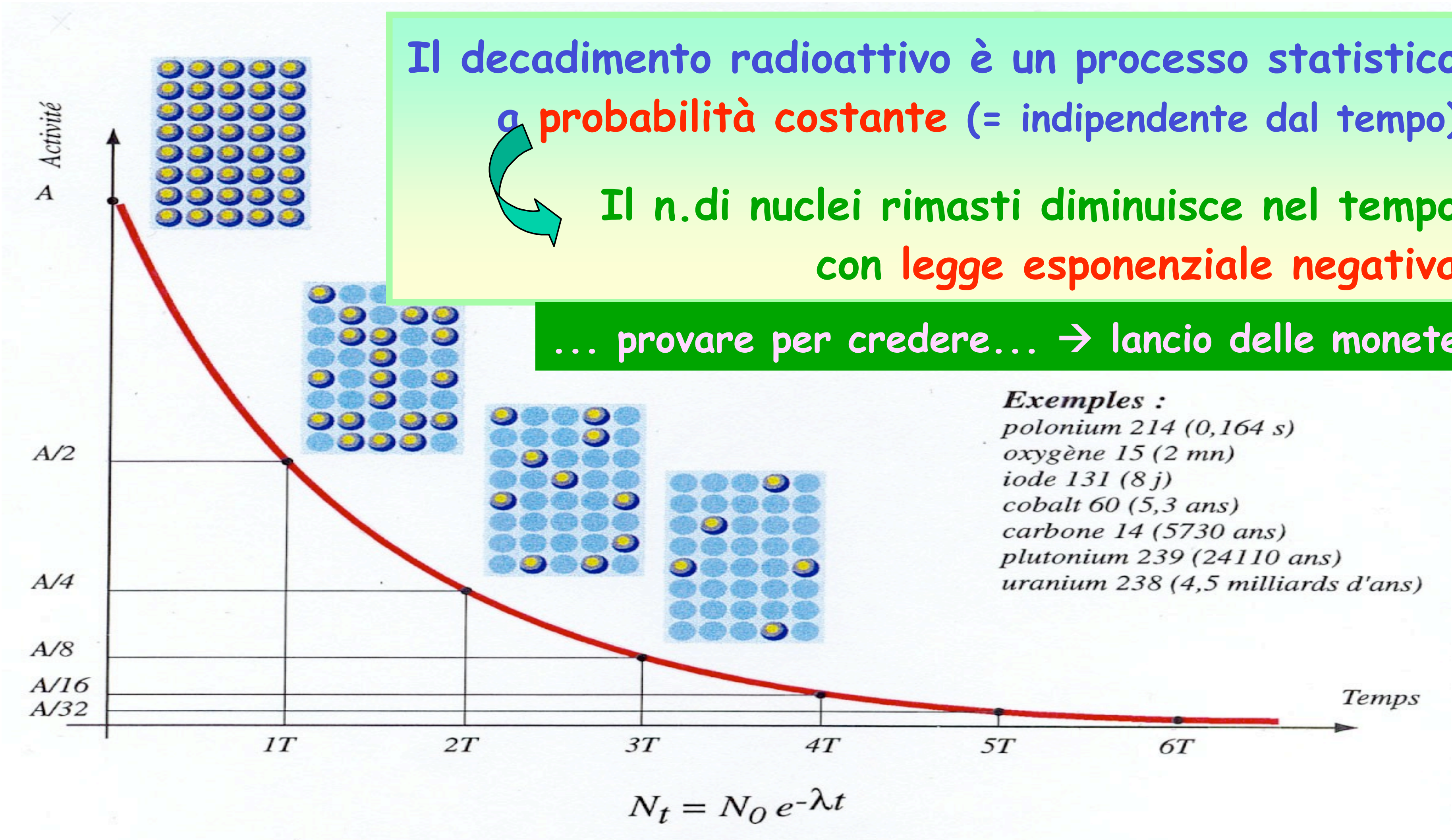
es. 0-1 → 10^0-10^1 = 1-10
1-2 → 10^1-10^2 = 10-100
2-3 → 10^2-10^3 = 100-1000

Es. Legge esponenziale negativa

Il decadimento radioattivo è un processo statistico a probabilità costante (= indipendente dal tempo)

Il n.di nuclei rimasti diminuisce nel tempo con legge esponenziale negativa

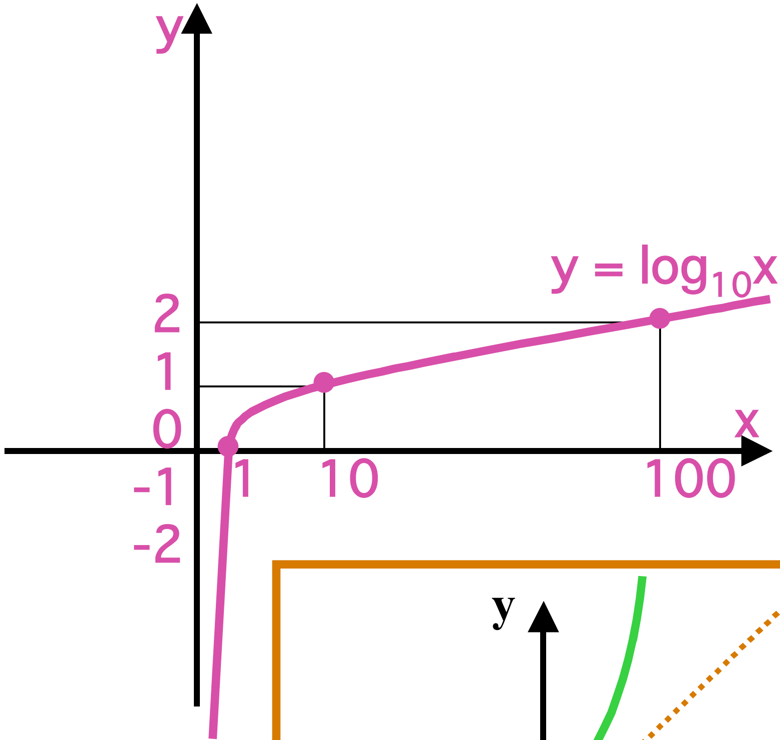
... provare per credere... → lancio delle monete



Funzione logaritmica

$y = \log_{10} x$

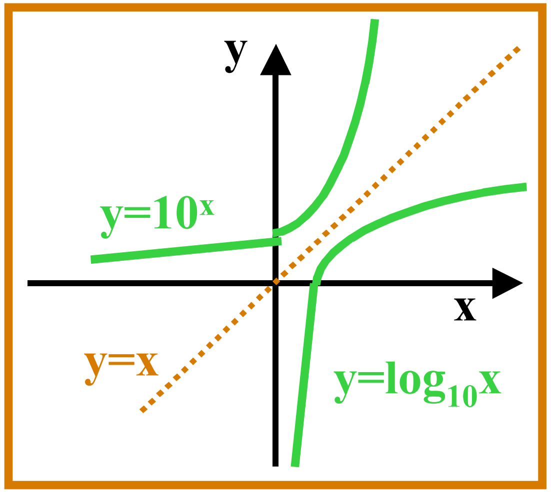
- definita solo per x>0
- >0 per x>1
- =0 per x=1
- <0 per x<1
- sale "lentissima" per x>1
- scende "velocissima" per x<1



Funzione inversa

("specchiata" lungo la retta y=x) dell'esponenziale:

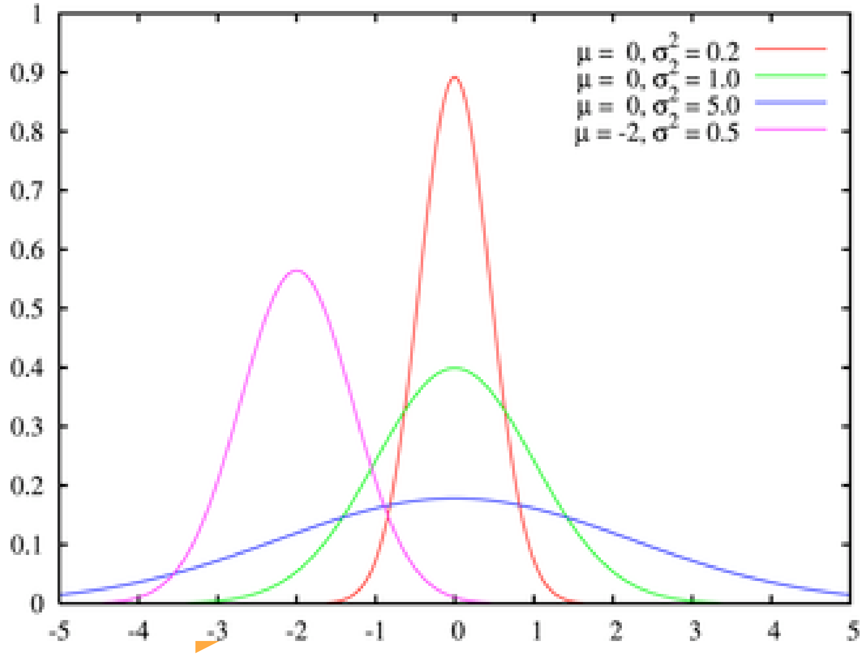
$y = \log x \rightarrow 10^y = x$



Funzione gaussiana

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

- μ e σ parametri reali
- simmetrica rispetto a $x=\mu$
- sempre >0
- crescente per $x<\mu$
- decrescente per $x>\mu$
- tende a 0 sia per x->+oo
  sia per x->-oo
- normalizzata: Area=1



$f(x)=a\ e^{-x^2}$ per $\mu=0$ e $\sigma=1/2$

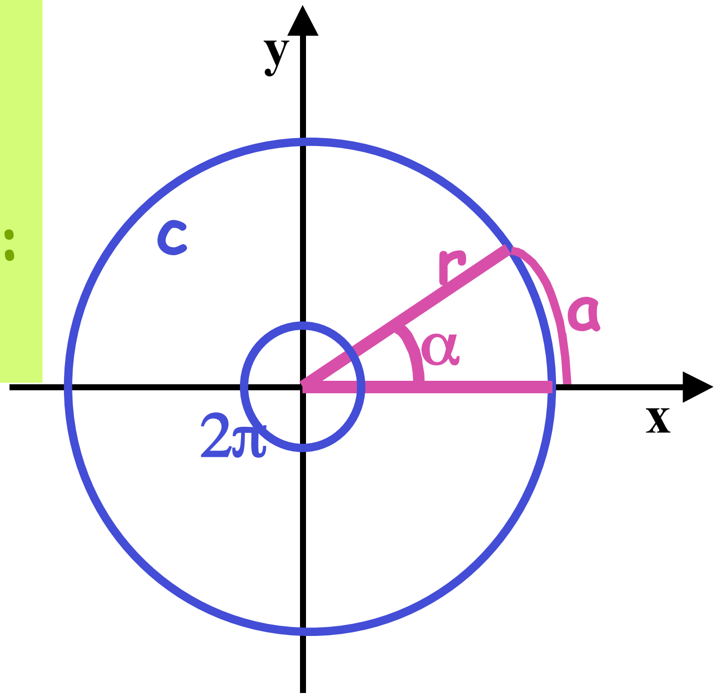
Misura degli angoli

Lunghezza di una circonferenza:

$$c = 2\pi r$$

Lunghezza di un arco di circonferenza:

$$a = \alpha r$$



Rapporto arco/circonferenza=

$a/c = \alpha r / 2\pi r = \alpha / 2\pi$

α = arco/raggio =

misura dell'angolo in radianti

Quanto vale un radiante?

Angolo giro = 360° = 2π radianti

1 rad : x° = 2π rad : 360°

$x° = 360° / 2\pi$

$\cong 57.296°$

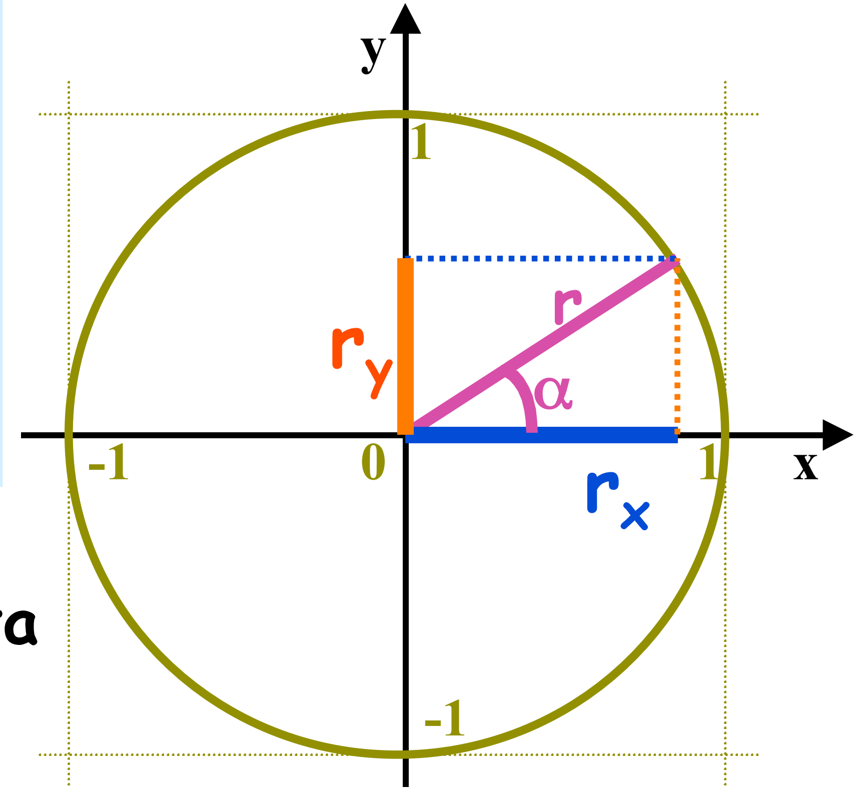
Seno e coseno

Circonferenza centrata nell'origine con raggio $r=1$

(Se $r \neq 1$, tutto vale ugualmente "normalizzando" a $r=1$)

Teorema di Pitagora:

$$r_x^2 + r_y^2 = r^2$$



$$\text{sen}(\alpha) = r_y \quad \rightarrow \text{ ordinata}$$

$$\cos(\alpha) = r_x \quad \rightarrow \text{ ascissa}$$

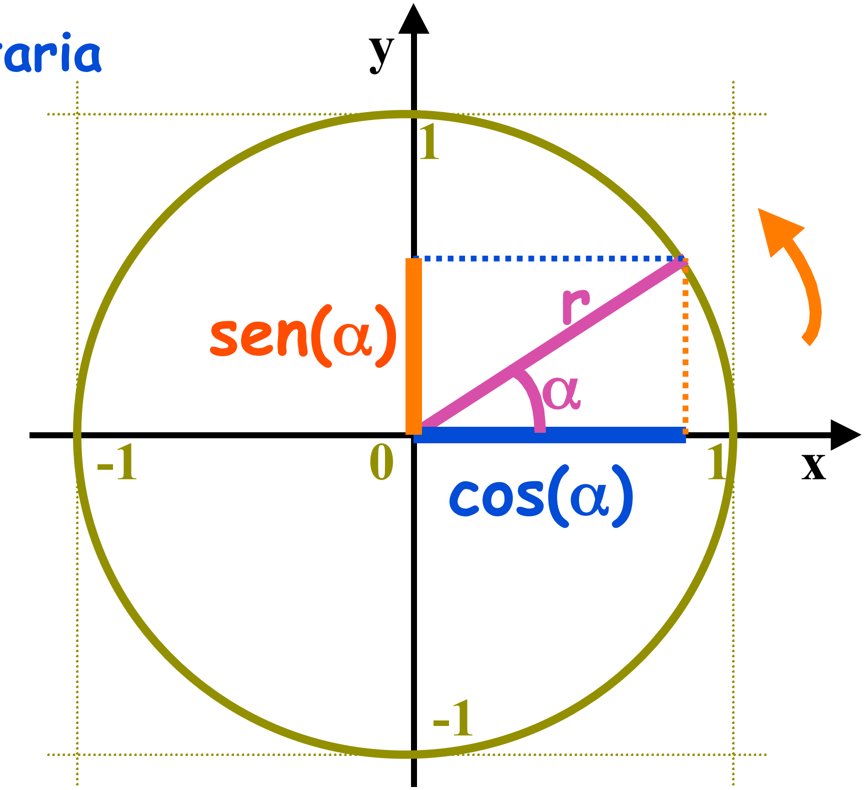
Seno e coseno sono due numeri compresi tra –1 e 1, funzioni di un angolo, tali per cui vale la proprietà fondamentale

$$\text{sen}^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$$

Valori notevoli di seno e coseno

Muovendosi sulla circonferenza unitaria
in senso antiorario
partendo dal semiasse x positivo:

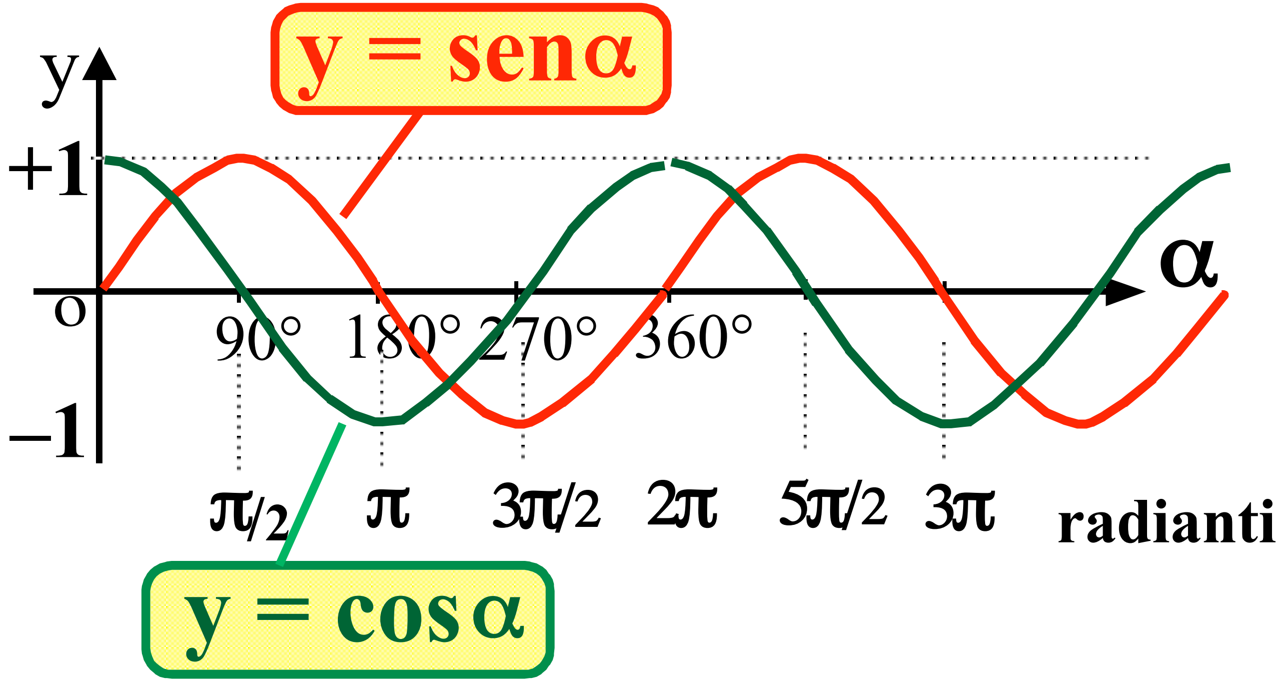
α	$\alpha°$	sen(α)	cos(α)
0	0°	0	1
$\pi/2$	90°	1	0
π	180°	0	-1
$3\pi/2$	270°	-1	0
2π	360°	0	1

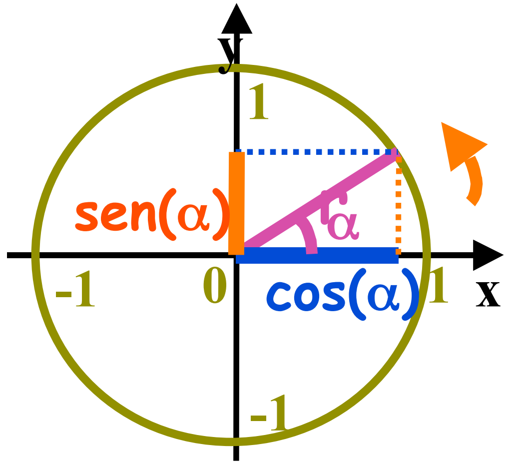


Es.

Quanto valgono il seno e il coseno dell'angolo di 45° (= $\pi/4$)?
Sono evidentemente uguali: sen($\pi/4$)=cos($\pi/4$), per cui:
$sen^2(\pi/4) + cos^2(\pi/4) = 1 \rightarrow 2\, sen^2(\pi/4) = 1$
$\rightarrow sen^2(\pi/4) =$ _ $\rightarrow sen(\pi/4) = 1/\sqrt{2}$

Funzioni trigonometriche





y = sen x

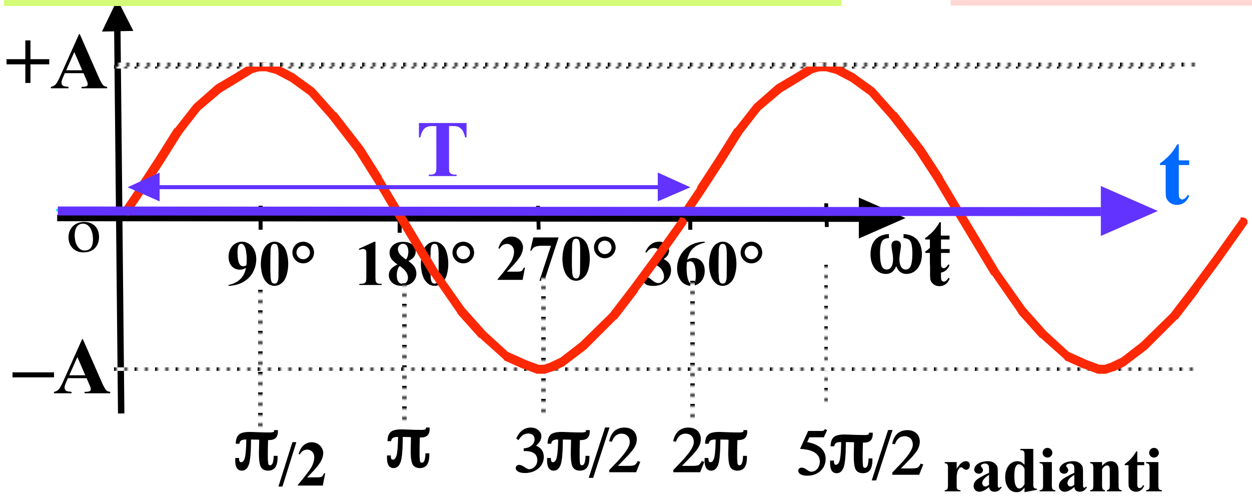
y = cos x

- periodiche di periodo 2π
- definite per ogni valore di x
- limitate tra –1 e 1

Periodo e frequenza

Quando un fenomeno si ripete periodicamente nel tempo:

$y = A \operatorname{sen} \omega t\ \alpha$



ω = pulsazione

T=periodo

$\omega(t+T) - \omega t = 2\pi \rightarrow \omega T = 2\pi \rightarrow \boxed{\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu}$

$\frac{1}{T} = \nu$ = frequenza