

# APPUNTI DI FISICA MODERNA

2007

**L. Moi**

Dipartimento di Fisica

[Moi@unisi.it](mailto:Moi@unisi.it)

Tel. 4671

<http://www.unisi.it/fisica/dip/dida/index.htm>

**Testo consigliato:**

**P.A. Tipler: Corso di Fisica 3 - Fisica Moderna (Zanichelli)**

*Altri testi per eventuale consultazione:*

**P.J. Nolan: Complementi di Fisica - Fisica Moderna (Zanichelli)**

**D. Halliday, R. Resnick, J. Walker : Fondamenti di Fisica - Fisica Moderna (CEA)**

**L. Lerner: Fisica 4 - Fisica Moderna (Zanichelli)**

**P.A. Tipler, R.A. Llewellyn: Modern Physics (W.H.Freeman and Comp. New York)**

I successi notevoli ottenuti dalla fisica classica spingevano alla fine dell'800 molti fisici a ritenere esaurito il loro compito. **Michelson** sosteneva che: ” *I grandi principi sono stati stabiliti .... I fisici dovranno solo occuparsi della sesta cifra decimale ..*”.

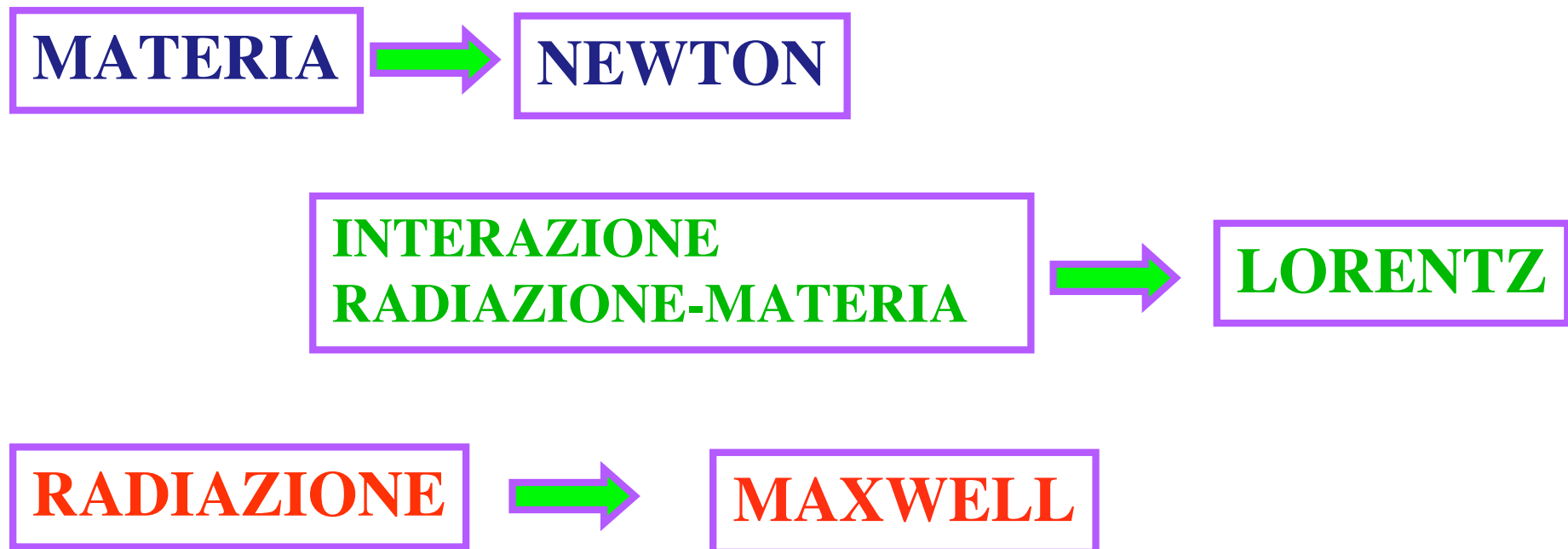
Nel 1900 **Lord Kelvin** parla di due piccole “nuvole” all’orizzonte: 1) la incapacita’ per la teoria di descrivere lo spettro della radiazione di corpo nero; 2) il risultato negativo dell’esperimento di Michelson.

La **meccanica quantistica** e la **relativita’** non solo hanno disperso quelle nuvole, esse hanno dato risposta a tutti i problemi allora presenti e a molti altri.

#### Programma del corso:

1. Introduzione
2. Relativita’ speciale
3. Quantizzazione della carica, della luce e dell’energia
4. L’atomo semiclassico
5. Proprieta’ ondulatorie delle particelle
6. L’equazione di Schrodinger
7. Fisica atomica
8. Statistica
9. Applicazioni

**Alla fine del secolo scorso, l'interpretazione dei fenomeni fisici del mondo macroscopico era compendiata nelle classiche equazioni di **Newton** e in quelle di **Maxwell**. Il modello della realta' prevedeva una netta distinzione fra la natura ondulatoria della radiazione elettromagnetica (e.m.) e la natura corpuscolare della materia. Radiazione e materia interagiscono obbedendo alla legge di Lorentz. Lo schema che ne deriva e' il seguente:**



# EQUAZIONI FONDAMENTALI DELLA FISICA CLASSICA

## MECCANICA

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

## ELETRO MAGNETISMO

$$\Phi(\vec{E}) = \oiint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

$$\Phi(\vec{B}) = \oiint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

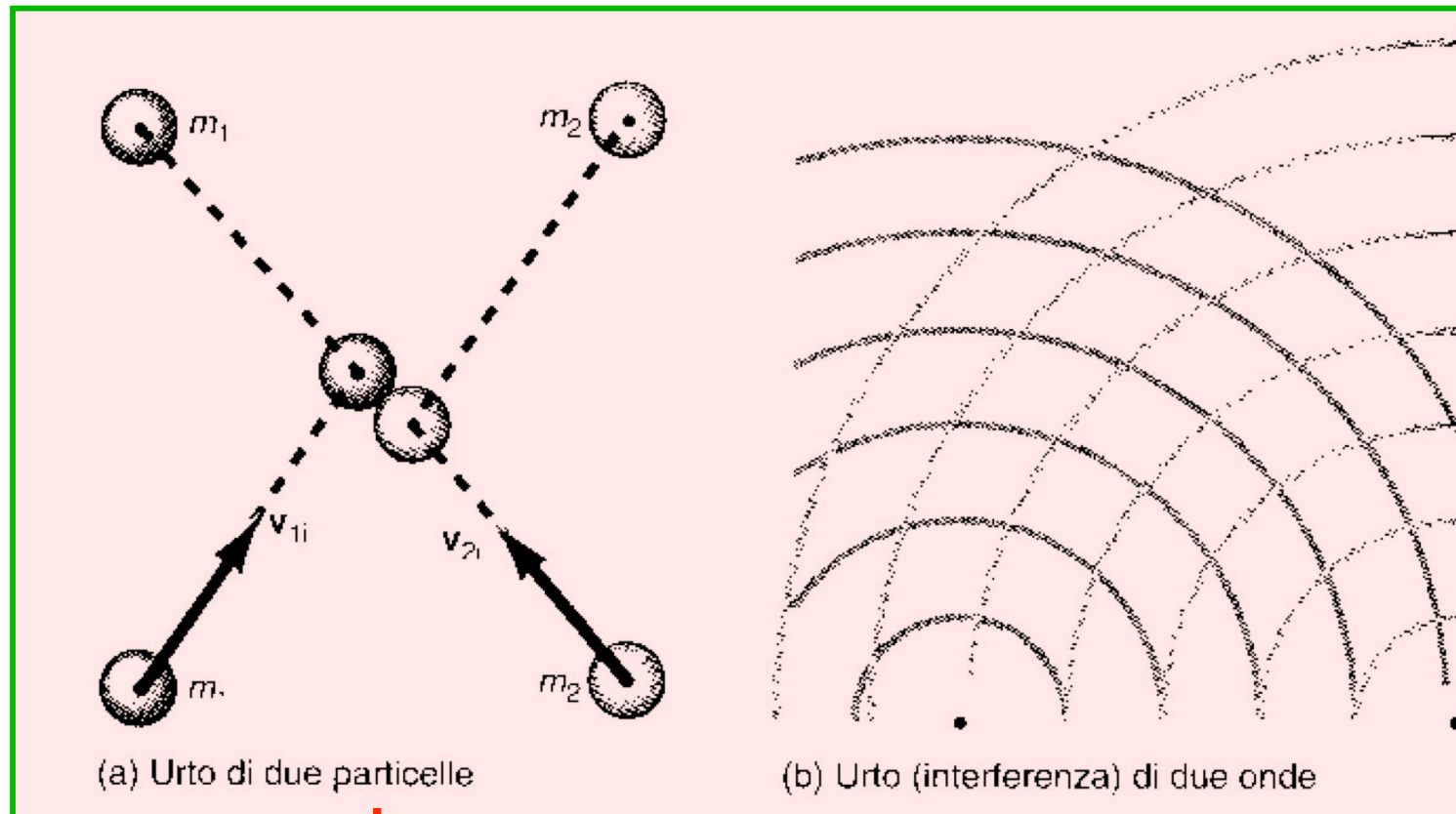
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi(\vec{E})}{dt}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

## FORZA DI LORENTZ

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$



**Forza, velocita', accelerazione, posizione etc.**

**Frequenza, fase, interferenza etc**

**Questo quadro rassicurante e apparentemente esaustivo doveva però rapidamente essere sconvolto da nuove osservazioni sperimentali e da approfondite rielaborazioni dei concetti fondamentali della fisica classica. All'inizio del secolo scorso infatti la fisica subì una profonda rivoluzione culminata con l'affermazione di due nuove teorie:**

**MECCANICA RELATIVISTICA**

**MECCANICA QUANTISTICA**

**Alla fine del XIX secolo e durante il primo quarto del XX secolo, cominciarono ad accumularsi evidenze sperimentali sempre più numerose che indicavano che l'interazione della radiazione elettromagnetica con la materia non era in accordo con le leggi classiche. Queste leggi erano il risultato del lavoro di Ampere, Laplace, Faraday, Henry, Maxwell e molti altri e sono sintetizzate nelle equazioni di Maxwell per il campo e.m. Allo stesso tempo la teoria atomica stava sviluppandosi soprattutto come risultato della scoperta dell'elettrone e la conferma del modello nucleare. Ancora, un'altra serie di esperimenti forzava i fisici a riconsiderare i concetti di moto delle particelle sub atomiche che mostravano in modo inequivocabile di muoversi non in accordo con le leggi di Newton.**

# ALCUNE SCOPERTE IMPORTANTI

**1884 Balmer trova una formula empirica per le righe spettrali dell'idrogeno**

**1887 Hertz genera onde e.m., verificando la teoria di Maxwell e scoprendo casualmente l'effetto fotoelettrico**

**1895 Rontgen scopre i raggi X**

**1896 Becquerel scopre la radioattività nucleare**

**1897 Thomson misura e/m per i raggi catodici, dimostrando che gli elettroni sono costituenti fondamentali degli atomi**

**1900 Planck spiega la radiazione del corpo nero usando la quantizzazione dell'energia implicante una nuova costante: la costante di Planck  $h$**

**1900 Lenard trova che nell'effetto fotoelettrico l'energia degli elettroni è indipendente dall'intensità della luce**

**1905 Einstein spiega l'effetto fotoelettrico ipotizzando la quantizzazione della radiazione**

**1907 Einstein applica la quantizzazione dell'energia per spiegare la dipendenza della capacità termica dei solidi dalla temperatura**

**1909 Millikan dimostra la quantizzazione della carica elettrica**

**1911 Rutherford propone il modello nucleare dell'atomo**

**1912 Friedrich, Knipping e von Laue dimostrano la diffrazione dei raggi X da parte dei cristalli dimostrando che i raggi X sono onde e che i cristalli sono disposizioni regolari di atomi**

**1913 Bohr propone il modello dell'atomo di idrogeno**

**1914 Moseley analizza gli spettri dei raggi X usando il modello di Bohr per spiegare la tavola periodica degli elementi facendone riferimento al numero atomico**

- 1914** Franck e Hertz dimostrano la quantizzazione dell'energia atomica
- 1923** Compton spiega la diffusione dei raggi X da parte degli elettroni come urto tra fotone ed elettrone
- 1924** De Broglie propone le onde associate all'elettrone di lunghezza d'onda  $h/p$
- 1925** Schrodinger sviluppa la matematica della meccanica ondulatoria degli elettroni
- 1925** Heisenberg inventa la meccanica delle matrici
- 1925** Pauli enuncia il principio di esclusione
- 1** Heisenberg formula il principio di indeterminazione
- 1928** Dirac sviluppa la meccanica quantistica relativistica e prevede l'esistenza del positrone
- 1932** Chadwick scopre il neutrone
- 1932** Anderson scopre il positrone

# RELATIVITA'

Nell'ultimo quarto del secolo XIX erano state formulate le leggi fondamentali dell'elettro-magnetismo. Nello stesso periodo l'opera di Morse (**telegrafo**), Bell (**telefono**), Marconi (**radio**), Edison (**lampadina, fonografo**) gettava le fondamenta della tecnologia e.m.

Tuttavia nello stesso momento le intuizioni di Maxwell sollevavano problemi sconcertanti.

Le eq. di Maxwell dicono che le onde e.m. possono esistere e che tutte si propagano con velocità  $c$ . Ma  $c$  è riferito a cosa? Infatti ogni onda non e.m. sembra avere una velocità caratteristica rispetto al mezzo in cui si propaga. Quale dovrebbe essere questo mezzo per la luce? I fisici introdussero **l'etere** come il mezzo capace di supportare la propagazione della luce in tutto l'universo. L'etere avrebbe dovuto essere tenue e privo di viscosità, ma al tempo stesso rigido visto che  $c$  è molto grande. Inoltre questo implicava che le eq. di Maxwell dovessero essere valide solo nel sistema di riferimento dell'etere dove risultava corretta la previsione di una velocità uguale a  $c$ , contraddicendo il principio di relatività di Galileo.

**La risposta a questi problemi viene data da Einstein con la formulazione della teoria della relativita'.**

**La teoria della relativita' consiste di due teorie differenti: la **relativita' ristretta o speciale e la relativita' generale.****

**La relativita' speciale riguarda il confronto fra misure eseguite in sistemi di riferimento diversi che si muovono con velocita' costante uno rispetto all'altro.**

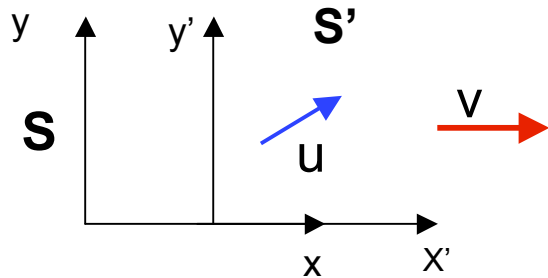
**La relativita' generale studia sistemi accelerati e gravita'.**

**Galileo e' stato il primo a riconoscere il concetto di accelerazione e l'invarianza delle equazioni della meccanica nei sistemi di riferimento inerziali.**

# Relativita' classica

## Trasformazioni di Galileo

Assumendo le origini dei due sistemi coincidenti a  $t = 0$



$$\begin{aligned}x' &= x - vt \\y' &= y \\z' &= z\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}u'_x &= u_x - v \\u'_y &= u_y \\u'_z &= u_z\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}a'_x &= a_x \\a'_y &= a_y \\a'_z &= a_z\end{aligned}$$

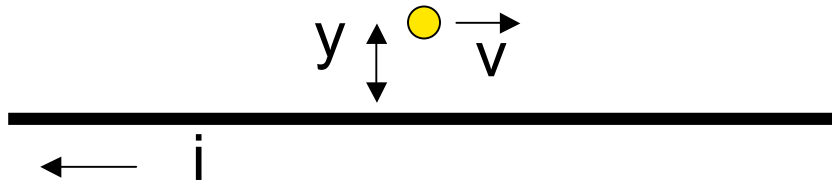
L'accelerazione e' la stessa nei due sistemi di riferimento. Questo vuol dire che le forze meccaniche sono invarianti rispetto alla trasformazione galileiana. Il tempo e' implicitamente lo stesso nei due sistemi di riferimento.

E' lecito chiedersi se queste trasformazioni sono applicabili anche a forze diverse da quelle della meccanica.

La risposta e' negativa!!

## Maxwell si rese conto che le sue equazioni non obbediscono al principio di relativita' galileiana.

Supponiamo che una carica positiva  $q$  si muova nel campo magnetico generato da una corrente che percorre un filo rettilineo. Supponiamo che la velocita' di  $q$  sia parallela al filo. In un sistema di riferimento in cui il filo sia in quiete si ha che:



la corrente genera un campo magnetico

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi y}$$

che esercita una forza

$$F = qvB = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{qvi}{y}$$

Consideriamo ora la stessa situazione in un sistema di riferimento nel quale  $q$  sia in quiete. In questo caso, poiche'  $v = 0$  ne consegue che anche  $F$  deve essere zero!

Si ha quindi il paradosso che in un sistema di riferimento la carica e' accelerata, nell'altro no.

Il paradosso viene risolto dalla teoria della relativita' ristretta..... come vedremo piu' avanti.

In effetti, per risolvere il paradosso e il fatto che la velocità della luce deve avere un valore ben definito potremmo percorrere due strade diverse: o si abbandona il concetto che le leggi dell'elettricità e del magnetismo (e quindi il fatto che il valore di  $c$  possa cambiare cambiando sistema di riferimento) sono le stesse in tutti i sistemi di riferimento inerziali, oppure occorre abbandonare la legge di composizione delle velocità di Galileo.

La scelta prima fu di abbandonare la prima ipotesi!

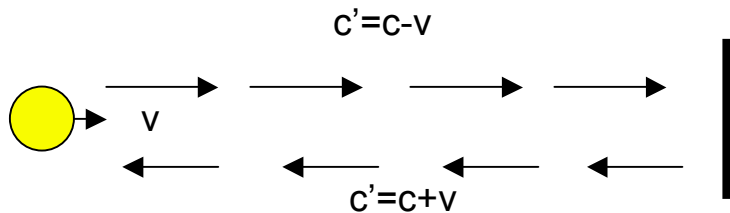
Si può allora supporre che esista un sistema di riferimento privilegiato in cui  $c$  sia uguale al valore previsto, in modo analogo a quello che succede per il suono. La velocità del suono rispetto all'aria è sempre la stessa.

Questo suggerì l'idea che esistesse un mezzo nel quale la luce fosse in grado di propagarsi e rispetto al quale la sua velocità fosse  $c$ . Questo mezzo doveva essere **l'etere**.

L'etere avrebbe dovuto riempire tutto lo spazio, essere al tempo stesso rigido (per sostenere vibrazioni di frequenza elevata) e tenue (per non perturbare il moto dei corpi celesti).

## L'esistenza dell'etere

Tutti i fenomeni ondulatori noti alla fine dell'800 richiedevano un mezzo per propagarsi e la velocità dell'onda doveva dipendere dalle proprietà del mezzo. Per questo motivo risultò del tutto naturale supporre l'esistenza di un mezzo anche per la luce e quindi di poter rivelare il moto della Terra rispetto a questo mezzo, cioè l'etere, componendo opportunamente le velocità. La misura era ed è però delicata vista la grande differenza fra la velocità della Terra ( $3 \cdot 10^4$  m/s) e quella della luce. In un esperimento di "andata-ritorno" si ha, dove  $c$  è la velocità della luce relativa al laboratorio:



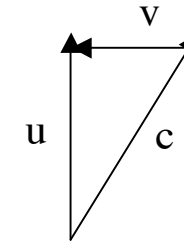
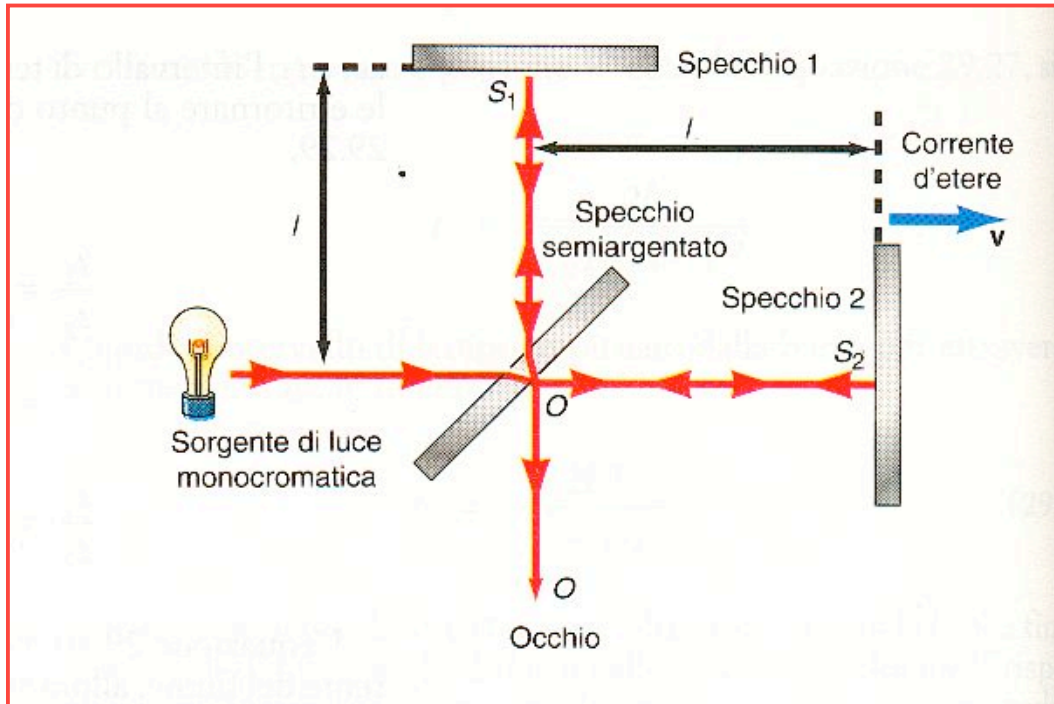
$$t = \frac{L}{c-v} + \frac{L}{c+v} = \frac{2cL}{c^2 - v^2} = \frac{2L}{c} \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \approx \frac{2L}{c} \left( 1 + \frac{v^2}{c^2} + \dots \right) = t_0 \left( 1 + \frac{v^2}{c^2} + \dots \right)$$

dove  $\frac{v^2}{c^2} \cong 10^{-8}$

Si ricorda che per  $x \ll 1$  vale la relazione

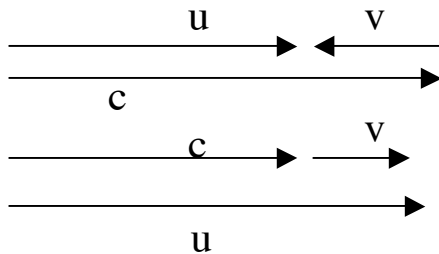
$$(1+x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)x^2}{2} + \dots \approx 1 + nx$$

# L'esperienza di Michelson e Morley



$$u = \sqrt{c^2 - v^2}$$

$$t_{perp.} = \frac{2l}{u} = \frac{2l}{\sqrt{c^2 - v^2}}$$



$$t_{parall} = \frac{l}{c - v} + \frac{l}{c + v} = \frac{2cl}{c^2 - v^2}$$

$$t_{perp} = \frac{2l/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$t_{par} = \frac{2l/c}{1 - v^2/c^2}$$

**Richiamiamo la serie binomiale** per  $x < 1$

$$(1 - x)^n = 1 - nx + \frac{n(n-1)x^2}{2!} - \frac{n(n-1)(n-2)x^3}{3!}$$

$$x = \frac{v^2}{c^2} = \frac{(3 \cdot 10^4)^2}{(3 \cdot 10^8)^2} \cong 10^{-8}$$

$$\frac{1}{1 - v^2/c^2} = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1} \cong 1 + \frac{v^2}{c^2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} \cong 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}$$

$$\Delta t = \frac{2l}{c} \left(1 + \frac{v^2}{c^2}\right) - \frac{2l}{c} \left(1 + \frac{v^2}{2c^2}\right) \cong \frac{lv^2}{c^3}$$



$$d = c\Delta t = l \frac{v^2}{c^2}$$

**d = differenza di cammino tra i due raggi luminosi**

Ruotando l'interferometro di  $90^\circ$  si scambiano i cammini luminosi e la differenza di tempo per i due raggi luminosi diventa ora

$$\Delta t' = \frac{2l/c}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - \frac{2l/c}{1-v^2/c^2} \cong -\frac{lv^2}{c^3}$$

e la differenza di cammino

$$d' = c\Delta t' = -\frac{lv^2}{c^2}$$

Complessivamente la rotazione ha variato il cammino luminoso di

$$\Delta d = d - d' = \frac{lv^2}{c^2} - \left(-\frac{lv^2}{c^2}\right) = 2\frac{lv^2}{c^2}$$

A questa variazione di cammino corrisponde uno spostamento delle frange di interferenza

$$\Delta d = \Delta n \lambda$$



$$\Delta n = \frac{2lv^2}{\lambda c^2} = 0.4$$

$$\begin{aligned} l &= 10 \text{ m} \\ v &= 3 \cdot 10^4 \text{ m/s} \\ \lambda &= 500 \text{ nm} \end{aligned}$$

Nessuno spostamento di frange e' stato osservato!

Il risultato nullo dell'esperienza di Michelson e Morley implica che l'etere non esiste.

Le onde e.m. si propagano senza necessita' di un mezzo.

La trasformazione galileiana  $(c+v)$  e  $(c-v)$  non e' corretta.

$c$  e' la stessa indipendentemente dal moto della sorgente o dell'osservatore

L'esperienza di Michelson dimostrò che le eq. di Maxwell sono corrette e che la luce poteva propagarsi con la stessa velocità in tutte le direzioni secondo tutti gli osservatori inerziali.

Per salvare l'etere [Fitzgerald \(1889\)](#) congetturo' che se un corpo lineare di lunghezza  $l_0$  in quiete si muove con velocità  $v$  la sua lunghezza si contrae a

$$l = l_0 \sqrt{1 - v^2 / c^2}$$

sufficiente a spiegare il risultato dell'esperimento.

Nel [1892 Lorentz](#) propose lo stesso concetto. La contrazione sarebbe dovuta alle interazioni degli elettroni con l'etere --> **trasformazione di Lorentz**

[Poincaré \(1904\)](#) suggerì di rivedere la teoria e.m. in modo da renderla conforme al principio di relatività. Ma non sviluppò questa teoria !!

**Einstein (1905)** pubblicò tre articoli fondamentali:

- \* Spiegazione dell'effetto fotoelettrico (fotoni!)
- \* Il moto delle particelle in sospensione nei fluidi in quiete (moto Browniano-esistenza degli atomi)
- \* L'elettrodinamica dei corpi in movimento (relatività)

## **GALILEO**

**le leggi della meccanica sono le stesse in tutti i sistemi di riferimento inerziali.**

## **LA MECCANICA RELATIVISTICA**

**discende da due “semplici” postulati che Einstein introdusse e sviluppo’**

## **EINSTEIN**

**I - Tutte le leggi della fisica sono le stesse in tutti i sistemi di riferimento inerziali.**

**II - La luce si propaga nel vuoto a una velocità  $c$  che è indipendente dal moto della sorgente.**

Nella relatività sono le leggi della fisica, non le misure di tempo e di spazio, che devono essere le stesse per ogni osservatore. Il tempo e lo spazio vengono modificati in modo tale da permettere che le leggi della fisica siano le stesse per tutti gli osservatori in moto rettilineo uniforme.

La relativita' spiega facilmente il risultato di Michelson, poiche' qualunque sia la velocita' della Terra rispetto a qualunque cosa, un osservatore situato sulla Terra deve ottenere lo stesso valore di  $c$  in tutte le direzioni.

Conseguenza: la relativita' viola i concetti di spazio e tempo basati sul senso comune. **Il tempo e lo spazio debbono infatti dipendere dall'osservatore.**

Due osservatori in differenti sistemi di riferimento che si muovono di moto traslatorio rettilineo uniforme l'uno rispetto all'altro, misurano quantita' diverse quando usano orologio e metro. Nella relativita' sono le leggi della fisica e non le misure di tempo e lunghezza che debbono essere le stesse per ogni osservatore.

Il secondo postulato descrive una proprieta' comune a tutte le onde. Per esempio la velocita' delle onde sonore non dipende dal moto della sorgente. La forza di questo postulato fu di includere la luce, che non ha mezzo di trasporto, insieme alle altre onde.

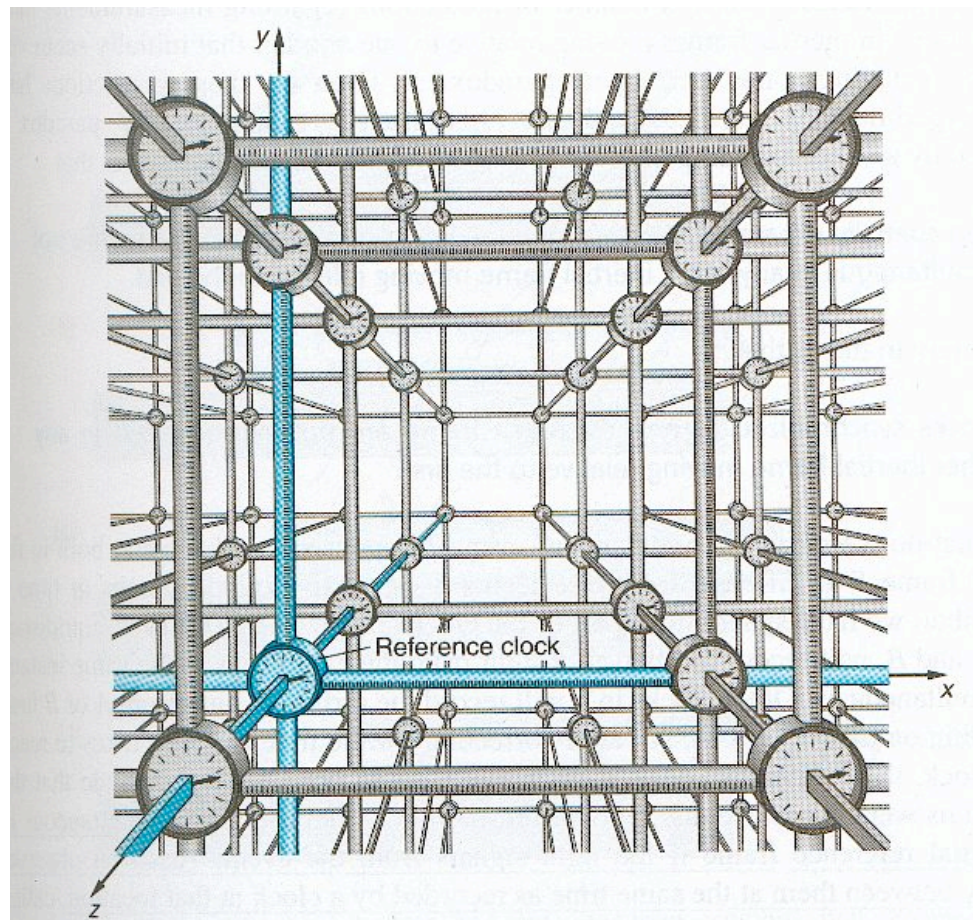
L'invarianza di  $c$  impone di abbandonare i concetti intuitivi di spazio e tempo che da assoluti diventano dipendenti dal sistema di riferimento.

**Evento:** qualunque cosa “accada”

Gli eventi non “appartengono” a nessun sistema di riferimento

Gli eventi sono descritti da “osservatori” (uomini o strumenti) che “appartengono” a un sistema di riferimento

Ogni sistema di riferimento inerziale puo' essere immaginato come un reticolo cubico tridimensionale fatto di barre identiche e con un orologio ad ogni intersezione.



Gli orologi debbono essere “sincronizzati”. Si sceglie un orologio di riferimento e si aggiustano gli altri in modo che quando un segnale arriva dal punto in cui è l’orologio di riferimento, il tempo segnato da ogni altro orologio è esattamente la distanza dall’orologio di riferimento diviso  $c$ .

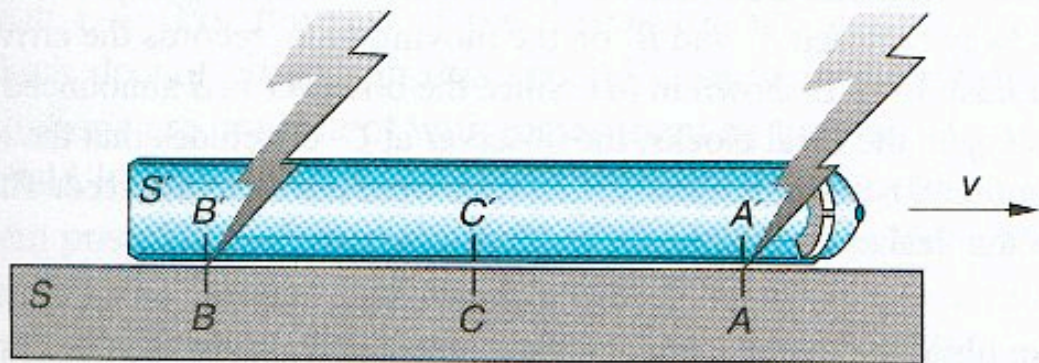
Non si possono sincronizzare orologi che sono su sistemi di riferimento in moto uno rispetto all’altro.

## **Relatività della simultaneità**

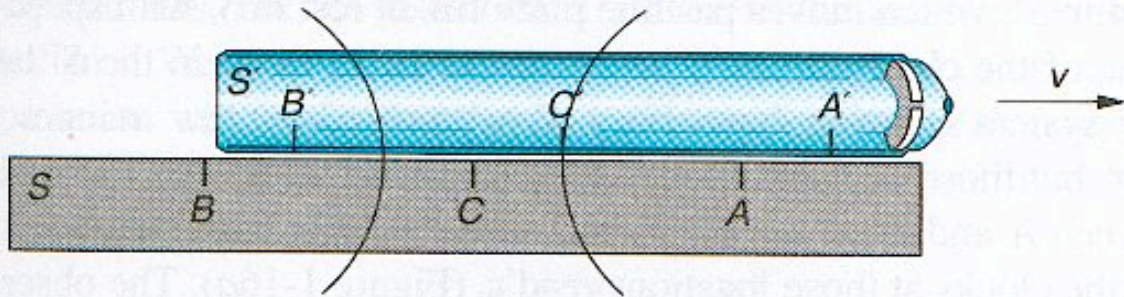
Due eventi separati spazialmente che sono simultanei in un sistema di riferimento non sono simultanei in nessun altro sistema di riferimento in moto rispetto al primo.

Definiamo simultanei due eventi in un sistema di riferimento se i loro segnali luminosi raggiungono un osservatore equidistante allo stesso istante misurato dall’orologio “locale”

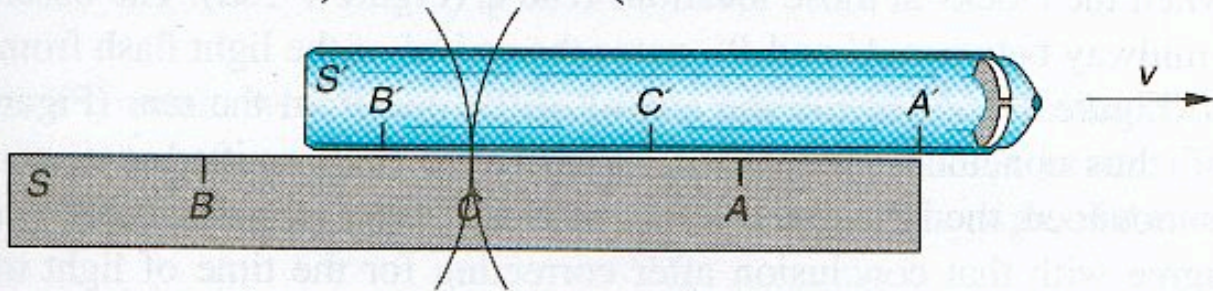
(a)



(b)



(c)



(d)

